

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРИБОРОСТРОЕНИИ

УДК 621.391

© А. А. Гавришев, Д. Л. Осипов, 2025

ОЦЕНКА СВОЙСТВ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА НАДЕЖНОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Осуществлен выбор хаотических сигналов (ХС), синтезированных с помощью различных генераторов хаотических сигналов (ГХС) для обеспечения надежной передачи данных в системах, с помощью показателей надежности. Указано, что в литературе проводится неполный или частичный анализ свойств ХС, синтезированных с помощью различных ГХС, по показателям надежности. Методами имитационного моделирования для каждого из выбранных ГХС был сгенерирован ряд последовательностей для дальнейшей оценки их свойств с помощью значений максимального бокового пика автокорреляционной функции (АКФ) и пик-фактора сигнала как одних из самых важных показателей надежности. Приведено их математическое описание и требования, которые они выдвигают к используемым сигналам. Дана содержательная формулировка задачи выбора ХС, синтезированных с помощью ГХС для обеспечения надежной передачи данных в системах, с помощью указанных показателей. Приведено ее математическое описание. Проведены расчеты значений максимальных боковых пиков АКФ и пик-фактора разнообразных ХС, сгенерированных с помощью методов имитационного моделирования. Сравнительный анализ полученных результатов позволил разделить исследуемые ХС, синтезированные с помощью ГХС, на три группы: удовлетворяют выдвигаемым требованиям, частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям и не удовлетворяют выдвигаемым требованиям. На основе полученных данных осуществлен выбор ХС, синтезированных с помощью различных ГХС, для обеспечения надежной передачи данных в системах. Приведено краткое описание полученных результатов. Показано, что, помимо ХС, полностью удовлетворяющих выдвигаемым требованиям, а также не удовлетворяющих им, существует большая группа различных ГХС, которые частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям. Указано, что при использовании таких ГХС в системах необходимо обращать внимание на их свойства и выбирать такие начальные условия и значения управляющих параметров ГХС, при которых формируемые ХС будут обладать требуемыми характеристиками.

Ключевые слова: хаотические сигналы, оценка, надежность, автокорреляционная функция, пик-фактор

EDN: PHUZDX

ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных направлений совершенствования систем передачи информации является использование теории динамического хаоса [1–7] в кодировании сообщений. Улучшение характеристик коммуникационного канала основано на его свойствах, одним из которых является высокая чувствительность к малым изменениям начальных условий. Это свойство принципиально важно для повышения надежности и скрытности передачи данных в системах. Изменяя начальные условия и правила генерирования хаотических сигналов (ХС), возможно синтезировать очень большое количество разнообразных кодовых последовательностей, отвечающих определенным требованиям по различным показателям. Вместе с тем в многочисленных исследованиях, например [3–20], проводится неполный или частичный анализ свойств ХС, синтезированных с помощью различных генераторов хаотических сигналов (ГХС).

В частности, при использовании ХС в системах электромагнитной передачи данных уделяется мало внимания таким их важным показателям надежности, как значение максимальных боковых пиков автокорреляционной функции (АКФ), значение пик-фактора и др. Кроме того, несмотря на обилие литературы по данной тематике, имеется крайне мало исследований, в которых проведено упорядоченное исследование широкого класса ГХС по каким-либо параметрам надежности (пусть даже двум или трем). Исходя из этого, необходимы дальнейшие исследования по указанной тематике.

Целью данной статьи является выбор ХС, синтезированных посредством различных ГХС, для обеспечения надежной передачи данных по каналу связи, с помощью показателей надежности.

Задачей данной статьи является сравнительный анализ ХС, синтезированных различными ГХС, с помощью показателей максимального бокового пика АКФ и пик-фактора.

ОЦЕНКА СВОЙСТВ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ГХС ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ

Известно [3–6, 21], что в настоящее время существует огромное количество ГХС. На основе математических выражений, описывающих тот или иной генератор, возможно выделить следующие виды ГХС [3–6, 21].

1. ГХС, описываемые разностным уравнением первого порядка

$$x_{k+1} = f_z(a_k, x_0, x_k),$$

где f_z — функция, определяющая тип отображения, x_0 — начальное время, a_k — управляющий параметр, x_k — текущее значение генератора. В дальнейшем будем обозначать такие ГХС, как 1D.

2. ГХС, описываемые уравнением второго порядка

$$\begin{cases} x_{i+1} = f(x_i, y_i), \\ y_{i+1} = g(x_i, y_i). \end{cases}$$

В дальнейшем будем обозначать такие ГХС, как 2D.

3. ГХС, описываемые обыкновенным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, N$. В дальнейшем будем обозначать такие ГХС, как 3D, 4D и т.д.

Проведем исследования ХС, синтезированных с помощью различных ГХС, описываемых приведенной выше классификацией. Выбор генераторов осуществлен с помощью рекомендаций из источников [3–7]. В итоге было отобрано 33 различных ГХС. Для проведения экспериментов с помощью методов имитационного моделирования [7, 9, 14, 16, 22, 23] для каждого из ГХС было сгенерировано 100 последовательностей. При этом выбирались такие начальные условия и значения управляющих параметров ГХС, при которых формируемые ХС обладают максимальным положительным показателем Ляпунова $\lambda_{\max} > 0$.

Для оценки свойств сгенерированных ХС использовались следующие показатели надежности [1–7, 12, 15, 17, 19, 20]: значение максимального бокового пика АКФ и значение пик-фактора сигнала.

Известно [1–7, 12, 15, 17, 19, 20], что автокорреляционная функция сигнала описывается следующим выражением:

$$R(\tau) = \int_{-\varphi}^{\varphi} S(\tau)S(t-\tau)dt, \quad (1)$$

где τ — величина временного сдвига сигнала.

АКФ является одним из самых известных показателей надежности процесса передачи сигнала. Обычно она описывает степень связи (корреляции) сигнала $S(\tau)$ с его копией, сдвинутой на величину τ по оси времени. В случае, если сигналы нормированы, то АКФ сигналов обычно состоит из центрального пика с амплитудой, равной 1, и боковых пиков с меньшей амплитудой. Амплитуды боковых пиков могут принимать различные значения, но у сигналов с хорошими корреляционными свойствами они малы, т.е. существенно меньше амплитуды центрального пика [1, 2, 5, 7]. При возникновении таких боковых пиков АКФ, помехоустойчивость приема таких сигналов ухудшается, т.к. в этом случае приемник должен различать основной (центральный) и максимальный боковой пики АКФ.

Еще одним показателем надежности процесса передачи данных в системах является показатель пик-фактора сигналов [12, 14–17]. Увеличенное значение пик-фактора ограничивает реализуемые значения энергетической эффективности передающего устройства, снижает помехоустойчивость приема, усложняет и удорожает применяемую аппаратуру. Пик-фактор сигнала вычисляется с помощью следующего выражения:

$$P = \frac{U_{\max}}{\sigma}, \quad (2)$$

где $U_{\max}$ — максимальное значение сигнала, σ — среднеквадратичное значение сигнала.

В табл. 1 приведены описанные показатели и требования [1–7, 12, 15, 17, 19, 20], которые они выдвигают к используемым сигналам.

С учетом работ [1–20] и методических рекомендаций из [24] содержательную формулировку задачи выбора ХС, синтезированных ГХС для обеспечения надежной передачи данных, на основе показателей максимального бокового пика АКФ и пик-фактора возможно представить следующем образом.

Для обеспечения надежной передачи данных при использовании ХС необходимо оперировать критерием K для оценки надежности ХС, синтезированных с помощью ГХС, и представляющим собой кортеж:

Табл. 1. Названия показателей надежности и требования, которые они выдвигают к используемым сигналам

№	Показатель надежности	Обозначение	Требование
1	Значение боковых пиков АКФ	$R(\tau)$	Используемые ХС должны обладать значением боковых пиков АКФ $R(\tau) \leq 0.3$
2	Пик-фактор кодовых последовательностей	P	Используемые ХС должны обладать значением пик-фактора $P \leq 4.0$

$$\begin{cases} K = \langle R(\tau), P \rangle, \\ R(\tau) \leq 0.3, P \leq 4.0, \end{cases} \quad (3)$$

где $R(\tau)$ — значение максимальных боковых пиков АКФ, P — пик-фактор кодовых последовательностей.

ОЦЕНКА ОПИСАННЫХ ГХС

На основе выражений (1), (2) и с учетом работ [1–7, 12, 15, 17, 19, 20] авторами были проведены расчеты значений максимальных боковых пиков АКФ и пик-фактора разнообразных ХС, сгенерированных с помощью методов имитационного моделирования.

В табл. 2 приведены полученные результаты, с учетом критерия, описываемого выражением (3). Как видно из табл. 2, далеко не все исследуемые ХС, синтезированные с помощью ГХС, являются идеальными для систем передачи данных. В частности, сравнительный анализ исследуемых ХС, синтезированных с помощью ГХС, по критерию, описываемому выражением (3), позволяет выделить три группы таких генераторов.

1. Удовлетворяют выдвигаемым требованиям: к таким ГХС в основном относятся многие ГХС вида 1D и 2D.

2. Частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям: к таким ГХС относятся большинство исследуемых ГХС вида 2D, 3D и 4D, в том числе классические ГХС (Henon map, Lorenz attractor и др.). Под частичным удовлетворением выдвигаемым требованиям понимается близость свойств ХС, генерируемых при определенных начальных условиях и значениях управляющих параметров ГХС, к выдвигаемым требованиям. При использовании таких ГХС в системах необходимо обращать внимание на их свойства и выбирать такие начальные условия и значения управляющих параметров ГХС, при которых формируемые ХС будут обладать требуемыми характеристиками. Причем некоторые из таких ГХС обладают характеристиками, достаточно близкими к выдвигаемым требованиям, например Gauss map, Henon map, гиперхаотические системы и др.

3. Не удовлетворяют выдвигаемым требованиям: такие ГХС не рекомендуется использовать в системах передачи данных (примеры таких ГХС приведены в табл. 2).

Табл. 2. Результаты проведенных вычислений с учетом критерия, описываемого выражением (3)

№	Название генератора	Вид ГХС	Диапазон значений максимальных боковых пиков АКФ	Диапазон значений пик-фактора
Удовлетворяют выдвигаемым требованиям				
1	Cubic map	1D	0.08–0.15	1.40–1.90
2	Cusp map	1D	0.15–0.30	1.80–2.40
3	Logistic map	1D	0.10–0.18	2.80–3.20
4	Sine map	1D	0.10–0.22	2.80–3.10
5	Tent map	1D	0.10–0.20	3.40–3.70
6	Arnold's cat map	2D	0.08–0.12	3.10–3.50
7	Ikeda map	2D	0.25–0.30	3.00–3.60
8	Kaplan–Yorke map	2D	0.10–0.25	3.30–3.70
9	Sinai map	2D	0.08–0.10	3.20–3.50

ОЦЕНКА СВОЙСТВ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Табл. 2. Продолжение

№	Название генератора	Вид ГХС	Диапазон значений максимальных боковых пиков АКФ	Диапазон значений пик-фактора
Частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям				
10	Gauss map	1D	0.20–0.35	3.30–3.60
11	Chirikov (standart) map	2D	0.30–0.80	2.90–3.30
12	Discrete predator-prey map	2D	0.30–0.60	3.50–3.80
13	Henon map	2D	0.25–0.35	1.70–2.00
14	Holmes cubic map	2D	0.20–0.35	1.50–1.90
15	Lozi map	2D	0.35–0.50	2.00–2.30
16	Tinkerbell map	2D	0.30–0.40	1.20–2.00
17	Anishchenko–Astakhov Attractor	3D	0.20–0.34	< 3.00
18	Chuacircuit	3D	0.30–0.60	< 3.00
19	Lorenz attractor	3D	0.27–0.45	< 3.00
20	Rikitake attractor	3D	0.20–0.38	< 3.00
21	Perturbed Van der Pol oscillator	3D	0.25–0.60	1.80–3.60
22	Namrata–Biswas attractor	3D	0.30–0.50	3.20–3.80
23	Hyperchaotic Lorenz system	4D	0.25–0.35	2.00–2.80
24	Hyperchaotic Liu system	4D	0.24–0.34	2.10–3.30
Не удовлетворяют выдвигаемым требованиям				
25	Pinchers map	1D	0.40–0.55	3.60–3.80
26	Ricker's Population Model	1D	0.40–0.70	2.90–3.20
27	Sine-circle map	1D	0.50–0.70	3.90–4.50
28	Burgers' map	2D	0.50–0.80	3.20–3.70
29	Dissipative standart map	2D	0.08–0.10	4.10–5.00
30	Gingerbreadman map	2D	0.50–0.80	2.80–3.40
31	Nosé–Hoover Attractor	3D	0.50–0.80	2.10–3.60
32	Qi–Chen attractor	3D	0.32–0.45	4.10–5.50
33	Hyperchaotic memristor system	4D	0.28–0.35	5.70–7.50

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе осуществлен выбор ХС, синтезированных с помощью различных ГХС для обеспечения надежной передачи данных, с помощью показателей надежности. Указано, что в многочисленных исследованиях, например [3–20], проводится неполный или частичный анализ свойств ХС, синтезированных с помощью различных ГХС, по показателям надежности. Приведены виды ГХС [3–6, 21], описываемые различными математическими выражениями. Мето-

дами имитационного моделирования [7, 9, 14, 16, 22, 23] для каждого из выбранных ГХС было сгенерировано 100 последовательностей. Для оценки свойств сгенерированных ХС использовались значение максимального бокового пика АКФ и значение пик-фактора сигнала, как одних из самых важных показателей надежности [1–7, 12, 15, 17, 19, 20]. Приведено их математическое описание и требования, которые они выдвигают к используемым сигналам. Дана содержательная формулировка задачи выбора ХС, синтезированных с помощью ГХС, для обеспечения надежной передачи

данных с помощью максимального бокового пика АКФ и пик-фактора. Приведено ее математическое описание в виде критерия, описываемого выражением (3). Проведены расчеты значений максимальных боковых пиков АКФ и пик-фактора разнообразных ХС, сгенерированных с помощью методов имитационного моделирования. Полученные результаты с учетом критерия, описываемого выражением (3), приведены в табл. 2. Сравнительный анализ исследуемых ХС, синтезированных с помощью ГХС, по критерию, описываемому выражением (3), позволил их разделить на три группы: удовлетворяют выдвигаемым требованиям, частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям и не удовлетворяют выдвигаемым требованиям. На основе полученных данных осуществлен выбор ХС, синтезированных с помощью различных ГХС для обеспечения надежной передачи данных, с помощью показателей максимального бокового пика АКФ и пик-фактора. Приведено краткое описание полученных результатов. Показано, что, помимо ХС, полностью удовлетворяющих выдвигаемым требованиям (многие ГХС вида 1D и 2D), а также не удовлетворяющих им, существует большая группа различных ГХС (большинство исследуемых ГХС вида 2D, 3D и 4D, в том числе классические ГХС), которые частично удовлетворяют выдвигаемым требованиям. Указано, что при использовании таких ГХС в системах передачи данных необходимо обращать внимание на их свойства и выбирать такие начальные условия и значения управляющих параметров ГХС, при которых формируемые ХС будут обладать требуемыми характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жук А.П., Жук Е.П., Кузьминов Ю.В., Петренко В.И. Совершенствование аппарата синтеза и оценки свойств новых типов ансамблей ортогональных дискретных последовательностей // Инфокоммуникационные технологии. 2012. Т. 10, № 4. С. 9–14. URL: <https://sciup.org/read/140191170>
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
3. Шахтарин Б.И. и др. Генераторы хаотических колебаний. М.: Горячая линия – Телеком, 2014. 248 с.
4. Sun K. Chaotic Secure Communication: Principles and Technologies. Tsinghua University Press and Walter de Gruyter GmbH, 2016. 333 p.
5. Сухарев Е.М., ред. Общесистемные вопросы защиты информации. Коллективная монография. Кн. 1. М.: Радиотехника, 2003. 292 с.
6. Sprott J.C. Chaos and Time-Series Analysis. Oxford University Press, 2003. 507 p.
7. Орел Д.В. Моделирование стохастических систем двоичных квазиортогональных кодовых последовательностей на основе метода функциональных преобразований. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ставрополь, 2013. 19 с.
8. Мохсени Т.И., Кикот А.М. Когерентная передача цифровой информации с двоичной модуляцией хаотического импульса // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 6. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jun15/10/abstract.html>
9. Гавришев А.А. Моделирование и количественно-качественный анализ распространенных защищенных систем связи // Прикладная информатика. 2018. Т. 13. № 5 (77). С. 84–122. URL: http://www.appliedinformatics.ru/r/articles/article/index.php?article_id_4=2300
10. Насыров И.К., Андреев В.В. Моделирование информационного канала с использованием хаотических сигналов нелинейных динамических систем // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2020. Т. 22, № 4. С. 79–87. DOI: 10.30724/1998-9903-2020-22-4-79-87
11. Васюта К.С. Классификация процессов в инфокоммуникационных радиотехнических системах с применением BDS-статистики // Проблемы телекоммуникаций. 2012. № 4. С. 63–71. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20260336>
12. Гавришев А.А., Гавришев А.Н. К вопросу о расчете значений пик-фактора сигналов, генерируемых распространенными скрытными системами связи // Вестник НЦБЖД. 2020. № 3 (45). С. 149–157. URL: https://ncbgd.tatarstan.ru/rus/file/pub/pub_2478119.pdf
13. Зуев М.Ю., Кафаров К.М., Логинов С.С. О взаимосвязи показателей хаотической динамики и статистических характеристик псевдослучайных сигналов на основе нелинейных систем Лоренца и Чуа // Вестник ПГТУ. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2021. № 2 (50). С. 21–29. DOI: 10.25686/2306-2819.2021.2.21
14. Осипов Д.Л., Гавришев А.А. Анализ использования отфильтрованных с помощью полосового фильтра хаотических сигналов для передачи данных в системах радиосвязи // Научное приборостроение. 2021. Т. 31, № 2. С. 93–104. URL: <http://iairas.ru/mag/2021/abst2.php#abst9>
15. Логинов С.С. Цифровые радиоэлектронные устройства и системы с динамическим хаосом и вариацией шага временной сетки. Дис. ... д-ра техн. наук. Казань, 2015. 228 с.
16. Гавришев А.А. К вопросу об использовании гиперхаотических сигналов для передачи данных в системах радиосвязи // Научное приборостроение. 2023. Т. 33, № 2. С. 62–74. URL: <http://iairas.ru/mag/2023/abst2.php#abst6>

17. Гавришев А.А., Осипов Д.Л. Построение обобщенного критерия оценки качества криптостойких кодовых последовательностей, используемых в защищенных беспроводных системах связи // Научное приборостроение. 2023. Т. 33. № 4. С. 111–118.
URL: <http://iairas.ru/mag/2023/abst4.php#abst11>
18. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Okrokvertskhov G.A., Strelkova G.I. Correlation analysis of dynamical chaos // Physica A. 2003. Iss. 1-2. P. 199–212.
DOI: 10.1016/S0378-4371(03)00199-7
19. Афанасьев, В.В., Логинов С.С., Польский Ю.Е. Статистические характеристики двоичных псевдослучайных сигналов, формируемых на основе систем Дмитриева-Кислова и Анищенко-Астахова // Инфокоммуникационные технологии. 2012. Т. 10, № 2. С. 4–7.
URL: <https://sciup.org/140191545>
20. Шишкин О.С., Куц С.Н. Сравнительный анализ генераторов хаотических колебаний // Материалы XIII научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Теоретические и прикладные проблемы физики, математики и информатики". Киев: КПУ. 2015. С. 198–199.
21. Homepage Jergen Meier. URL: <http://www.3d-meier.de/tut19/Seite1.html> (дата обращения: 01.08.2024).
22. Sprott J.C. Chaos and Time-Series Analysis. URL: <https://sprott.physics.wisc.edu/chaostsa> (дата обращения: 01.08.2024).
23. Layec A. "Modnum". Scilab toolbox for the communication systems. User's guide. IRCOM Group, 2006. 100 p.
24. Макаренко С.И. Справочник научных терминов и обозначений. СПб.: Научное издание, 2019. 254 с.

Московский государственный лингвистический университет, Москва (Гавришев А.А.)

Северо-кавказский федеральный университет, г. Ставрополь (Осипов Д.Л.)

Контакты: Гавришев Алексей Андреевич,
alexxx.2008@inbox.ru

Материал поступил в редакцию 25.10.2024

EVALUATION OF THE PROPERTIES OF CHAOTIC SIGNALS AFFECTING THE RELIABILITY OF DATA TRANSMISSION

A. A. Gavrishev¹, D. L. Osipov²

¹MSLU, Moscow, Russia

²NCFU, Stavropol, Russia

Using simulation methods for a number of known random signal generators, 100 sequences were generated to evaluate their properties employing the values of the maximum lateral peak of the autocorrelation function and the signal peak factor as one of the most important indicators of reliability.

Keywords: chaotic signals, evaluation, reliability, autocorrelation function, peak-factor

REFERENCES

1. Zhuk A.P., Zhuk E.P., Kuzminov Y.V., Petrenko V.I. [Improvement of staff evaluation for properties of new types of ensembles of orthogonal discrete sequence]. *Infokommunikacionnye tehnologii* [Info-communication technologies], 2012, vol. 10, no. 4, pp. 9–14. (In Russ). URL: <https://sciup.org/read/140191170>
2. Varakin L.E. *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* [Communication systems with noise-like signals]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1985. 384 p. (In Russ).
3. Shakhtarin B.I. et al. *Generatory khaoticheskikh kolebanii* [Chaotic oscillation generators]. Moscow, Goryachaya liniya – Telekom Publ., 2014. 248 p. (In Russ).
4. Sun K. *Chaotic Secure Communication: Principles and Technologies*. Tsinghua University Press and Walter de

- Gruyter GmbH, 2016. 333 p.
DOI: 10.1515/9783110434064
5. Sukharev E.M., editor. *Obshchesistemnye voprosy zashchity informatsii. Kollektivnaya monografiya. Kn. 1* [System-wide issues of information protection. Collective monograph. Book 1]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 292 p. (In Russ).
 6. Sprott J.C. *Chaos and Time-Series Analysis*. Oxford University Press, 2003. 507 p.
DOI: 10.1093/oso/9780198508397.001.0001
 7. Orel D.V. *Modelirovanie stokhasticheskikh sistem dvoichnykh kvaziorhtogonal'nykh kodovykh posledovatel'nostei na osnove metoda funktsional'nykh preobrazovaniy*. Autoref. diss. kand. techn. nauk [Modeling of stochastic systems of binary quasi-orthogonal code sequences based on the method of functional transformations. Cand. techn. sci. diss. abstr.]. Stavropol, 2013. 19 p. (In Russ).
 8. Mohseni T.I., Kikot A.M. [Coherent transmission of digital information with binary modulation of chaotic pulse]. *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of radio electronics], 2015, no. 6, pp. 3. (In Russ).
URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jun15/10/abstract.html>
 9. Gavrishev A.A. [Modeling and quantitative and qualitative analysis of common secure communication systems]. *Prikladnaya informatika* [Journal of applied informatics], 2018, vol. 13, no. 5 (77), pp. 84–122. (In Russ). URL: http://www.appliedinformatics.ru/r/articles/article/index.php?article_id_4=2300
 10. Nasyrov I.K., Andreev V.V. [Modeling of information channel by using of pseudorandom signals of nonlinear dynamical system]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Problemy energetiki* [Power engineering: research, equipment, technology], 2020, vol. 22, no. 4, pp. 79–87. DOI: 10.30724/1998-9903-2020-22-4-79-87 (In Russ).
 11. Vasyuta K.S. [Classification of processes in info-communication radio-technical systems with application of BDS-statistics]. *Problemy telekommunikatsii* [Telecommunications issues], 2012, no. 4, pp. 63–71. (In Russ). URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20260336>
 12. Gavrishev A.A., Gavrishev A.N. [To the question of calculating the crest factor values of signals generated by common hidden communication systems]. *Vestnik NTsBZhD* [NCBWC Bulletin], 2020, no. 3 (45), pp. 149–157. URL: https://ncbgd.tatarstan.ru/rus/file/pub/pub_2478119.pdf (In Russ).
 13. Zuev M.Y., Kafarov K.M., Loginov S.S. [On the relation between indicators of chaotic dynamics and statistical characteristics of pseudo-random signals based on nonlinear systems of Lorentz and Chua]. *Vestnik PGU. Seriya: Radiotekhnicheskie i infokommunikatsionnye sistemy* [Vestnik of Volga State University of Technology. Series: Radio engineering and infocommunication systems], 2021, no. 2 (50), pp. 21–29. DOI: 10.25686/2306-2819.2021.2.21 (In Russ).
 14. Osipov D.L., Gavrishev A.A. [Analysis of the use of chaotic signals filtered with a bandpass filter for data transfer operation in radio communication systems]. *Nauchnoe Priboroostroenie* [Scientific Instrumentation], 2021, vol. 31, no. 2, pp. 93–104. (In Russ). DOI: 10.18358/np-31-2-i93104
 15. Loginov S.S. *Tsifrovye radioelektronnye ustroystva i sistemy s dinamicheskimi khaosom i variatsiei shaga vremennoi setki*. Diss. d-ra techn. nauk [Digital radio-electronic devices and systems with dynamic chaos and time grid step variation. PhD techn. sci. diss.]. Kazan, 2015. 228 p. (In Russ).
 16. Gavrishev A.A. [On the use of hyperchaotic signals for data transmission in radio communication systems]. *Nauchnoe Priboroostroenie* [Scientific Instrumentation], 2023, vol. 33, no. 2, pp. 62–74. (In Russ). URL: <http://iairas.ru/mag/2023/abst2.php#abst6>
 17. Gavrishev A.A., Osipov D.L. [Building of a generalized quality assessment criterion cryptographic code sequences used in secure wireless communication systems]. *Nauchnoe Priboroostroenie* [Scientific Instrumentation], 2023, vol. 33, no. 4, pp. 111–118. (In Russ). URL: <http://iairas.ru/mag/2023/abst4.php#abst11>
 18. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Okrokvertskhov G.A., Strelkova G.I. Correlation analysis of dynamical chaos. *Physica A*, 2003, iss. 1-2, pp. 199–212. DOI: 10.1016/S0378-4371(03)00199-7
 19. Afanasjev V.V., Loginov S.S., Polsky Ju.E. [Anishenko-Astakhov's and Dmitriev-Kislov's systems based binary pseudorandom consequences statistical properties]. *Infokommunikatsionnye tehnologii* [Info-communication technologies], 2012, vol. 10, no. 2, pp. 4–7. (In Russ). URL: <https://sciup.org/140191545>
 20. Shishkin O.S., Kushch S.N. [Comparative analysis of generators of chaotic oscillations]. *Materialy XIII nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh "Teoreticheskie i prikladnye problemy fiziki, matematiki i informatiki"* [Proc. 13th sci. pract. conf. for students, postgraduates and young scientists "Theoretical and applied problems of physics, mathematics and computer science"]. Kyiv, KPU Publ., 2015. P. 198–199. (In Russ).
 21. *Homepage Jergen Meier*. URL: <http://www.3d-meier.de/tut19/Seite1.html> (accessed: 01.08.2024).
 22. Sprott J.C. *Chaos and Time-Series Analysis*. URL: <https://sprott.physics.wisc.edu/chaostsa> (accessed: 01.08.2024).
 23. Layec A. *"Modnum". Scilab toolbox for the communication systems. User's guide*. IRCOM Group, 2006. 100 p.
 24. Makarenko S.I. *Spravochnik nauchnykh terminov i oboznachenii* [Directory of scientific terms and symbols]. Saint Petersburg, Naukoemkie tekhnologii Publ., 2019. 254 p. (In Russ).

INTRODUCTION

One of the promising areas for improving information transmission systems is the use of the theory of dynamic chaos [1–7] in message coding. Improving the characteristics of a communication channel is based on its properties, one of which is high sensitivity to small changes in initial conditions. This property is fundamentally important for increasing the reliability and secrecy of data transmission in systems. By changing the initial conditions and rules for generating chaotic signals (CS), it is possible to synthesize a very large number of various code sequences that meet certain requirements for various indicators. For instance, a number of publications [3–20] offer a partial or insufficient examination of the characteristics of CS synthesized with different chaotic signal generators (CSG). Important reliability indications like the value of the maximum side peaks of the autocorrelation (ACF), the value of the peak factor, etc., are often overlooked when utilizing CS in electromagnetic data transmission systems. In addition, despite the abundance of literature on this topic, there are very few studies in which an organized study of a wide range of CSG was carried out by means of any reliability parameters (even if two or three). Based on this, further research on this topic is necessary.

The purpose of this article is to select CS synthesized using various CSG to ensure reliable data transmission in a communication channel, applying reliability indicators.

The objective of this article is a comparative analysis of CS synthesized using various CSG. Analysis is carried out using the maximum side peak of the ACF and the peak factor.

CSG USED FOR PRESENTING DATA

It is known [3–6, 21] that there are currently a huge number of CSG. Based on the mathematical expressions describing these generators, it is possible to distinguish the following types of CSG [3–6, 21].

1. CSG is described by a first-order difference equation

$$x_{k+1} = f_z(a_k, x_0, x_k),$$

where f_z is a function that determines the type of presenting, x_0 is the initial time, a_k is a control parameter, x_k is the current value of the generator. In what follows, we will denote such CSG as 1D.

2. CSG is described by a second-order equation

$$\begin{cases} x_{i+1} = f(x_i, y_i), \\ y_{i+1} = g(x_i, y_i). \end{cases}$$

In what follows, we will denote such CSG as 2D.

3. CSG is described by an ordinary differential equation of the form

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

where $j = 1, 2, 3, \dots, N$. In what follows, we will denote such CSG as 3D, 4D, etc.

We will conduct research on CS synthesized using various CSG described by the classification given above. The selection of generators was carried out using recommendations from sources [3–7]. As a result, 33 different CSG were selected. 100 sequences were generated for each of the CSG to conduct experiments using simulation modeling methods [7, 9, 14, 16, 22, 23]. Such initial conditions and values of the control parameters of the CSG were selected at which the forming CS have the maximum positive Lyapunov exponent value $\lambda_{\max} > 0$.

To assess the properties of the generated CS, the following reliability indicators were used [1–7, 12, 15, 17, 19, 20]: the value of the maximum side peak of the ACF and the value of the signal peak factor.

It is known [1–7, 12, 15, 17, 19, 20] that the autocorrelation of a signal is described by the following expression:

$$R(\tau) = \int_{-\varphi}^{\varphi} S(\tau)S(t - \tau)dt, \quad (1)$$

where τ is the value of the time shift of the signal.

The ACF is one of the most well-known indicators of the reliability of the signal transmission process. Usually, it describes the degree of relation (correlation) of the signal $S(\tau)$ with its copy, shifted by τ along the time axis. If the signals are normalized, then the ACF of the signals usually consists of a central peak with an amplitude equal to 1, and side peaks with a smaller amplitude. The amplitudes of the side peaks can take different values, but for signals with good correlation properties they are small, i.e., significantly less than the amplitude of the central peak [1, 2, 5, 7]. When such side peaks of the ACF occur, the noise immunity of the reception of such signals deteriorates, since in this case the receiver must distinguish between the main (central) and maximum side peaks of the ACF.

Another indicator of the data transmission reliability in systems is the peak factor of the signals [12, 14–17]. An increased value of the peak factor limits the values of the energy efficiency of the transmitting device, reduces the noise immunity of reception, and complicates and increases the cost of the equipment used. The peak factor of the signal is calculated using the expression:

$$P = \frac{U_{\max}}{\sigma}, \quad (2)$$

where $U_{\max}$ is the maximum signal value, σ is the root-mean-square value of the signal.

Tab. 1 presents the described indicators and the corresponding requirements [1–7, 12, 15, 17, 19, 20] for the signals used.

Tab. 1. Names of reliability indicators and the requirements they impose on the signals used

Based on the works [1–20] and the methodological recommendations from [24], we can formulate the problem of selecting a CSG-synthesized CS. We take into account the indicators of the maximum side peak of the ACF and the peak factor to ensure reliable data transmission. The formulation sounds as follows: to ensure reliable data transmission using a CS, it is necessary to employ the criterion K for assessing the reliability of the CSG-synthesized CS. The criterion is a tuple:

$$\begin{cases} K = \langle R(\tau), P \rangle, \\ R(\tau) \leq 0.3, P \leq 4.0, \end{cases} \quad (3)$$

where $R(\tau)$ is the value of the maximum side peaks of the ACF, P is the peak factor of the code sequences.

ASSESSMENT OF THE DESCRIBED GCS

Based on expressions (1), (2) and taking into account the works [1–7, 12, 15, 17, 19, 20], the authors calculated the values of the maximum side peaks of the ACF and the peak factor of various CS generated using simulation modeling methods.

Tab. 2 shows the results obtained, taking into account the criterion described by expression (3). As can be seen from Tab. 2, not all of the studied CSG-synthesized CS are ideal for data transmission systems. In particular, a comparative analysis of the studied CSG-synthesized CS, according to the criterion described by expression (3), allows us to distinguish three groups of such generators.

1. Satisfying the requirements: such CS mainly include many CS of the 1D and 2D types.

2. Partially satisfying the requirements: such CS include most of the studied CS of the 2D, 3D and 4D types, including classical CS (Henon map, Lorenz attractor, etc.). Partial satisfaction of the requirements is understood as the proximity of the properties of the CS generated under certain initial conditions and values of the control parameters of the CSG to the requirements. When using such CSG in systems, it is necessary to pay attention to their properties and se-

lect such initial conditions and values of the control parameters of the CSG, under which the forming CS have the required characteristics. Moreover, some of these CSG have characteristics that are quite close to the requirements put forward, for example, the Gauss map, Henon map, hyperchaotic systems, etc.

3. Not meeting the requirements: such CSG are not recommended for use in data transmission systems (examples of such CSG are given in Tab. 2)

Tab 2. The outcomes of the computations performed utilizing the standard denoted by expression (3)

CONCLUSION

Thus, in this paper, the selection of CSG-synthesized CS for ensuring reliable data transmission is carried out using reliability indicators. It is noted that in numerous studies, for example [3–20], a reliability indicators-related analysis of the properties of CSG-synthesized CS is incomplete or partial. The types of CSG [3–6, 21] described by various mathematical expressions are given. Using simulation modeling methods [7, 9, 14, 16, 22, 23], 100 sequences were generated for each of the selected CSG. To assess the properties of the generated CS, the value of the maximum side peak of the ACF and the value of the signal peak factor were used as some of the most important reliability indicators [1–7, 12, 15, 17, 19, 20]. Their mathematical description and the requirements for the signals used are given. We give a formulation of the problem of selecting CSG-synthesized CS to ensure reliable data transmission using the maximum side peak of the ACF and the peak factor. Its mathematical definition is given in the form of a criterion described by expression (3). Calculations of the values of the maximum side peaks of the ACF and the peak factor of various CS generated using simulation modeling methods are performed. The results obtained, taking into account the criterion described by expression (3), are given in Tab. 2. A comparative analysis of the studied CSG-synthesized CS using the criterion described by expression (3) made it possible to divide them into three groups: satisfying the requirements, partially satisfying, and not satisfying. Based on the obtained data, the choice of CSG-synthesized CS for ensuring reliable data transmission was carried out using the maximum side peak of the ACF and the peak factor. A brief description of the obtained results is given. It is shown that, in addition to the CS that fully satisfy the requirements (many CSG of 1D and 2D types) and those that do not satisfy them, there is a large group of various GCS (most of

the studied CSG of 2D, 3D and 4D types, including classical CSG), which partially satisfy the requirements. It is noted that using such CSG in data transmission systems implies paying attention to their properties and selecting such initial conditions and

values of the CSG control parameters at which the forming CS have the required characteristics.