

УДК 541.64:539.199

© В. А. Ломовской, Ю. В. Чугунов, С. А. Шатохина, 2024

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ В РЕЖИМЕ СВОБОДНО ЗАТУХАЮЩЕГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА. Ч. 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Представлен теоретический анализ экспериментальных результатов исследования спектров внутреннего трения и температурных зависимостей частоты для каждого локального по температуре диссипативного процесса, полученных в режиме свободно затухающего колебательного процесса, возбуждаемого в исследуемых системах различной химической природы, строения и структуры.

Кл. сл.: спектры внутреннего трения, затухающий колебательный процесс, структурно-кинетические подсистемы, стандартное линейное тело

ВВЕДЕНИЕ

Анализ спектров внутреннего трения $\lambda = f(T)$ и температурных зависимостей частоты $\nu = f(T)$ свободного затухающего колебательного процесса, возбуждаемого в исследуемых образцах различной химической природы, строения и структуры [1, рис. 2] в широком температурном интервале показывает, что внутреннее трение как диссипативный процесс по физической сути представляет собой гораздо более глубокое явление, которое не может быть полностью описано в рамках модельных представлений однородного сплошного тела.

Эта глубина обуславливается тем, что спектры $\lambda = f(T)$ для одного какого-либо материала (или конденсированной системы) в широком температурном интервале ($5\text{ K} \leq T \leq T_{\text{десп}}$) представляют собой целый набор локальных по температурным интервалам диссипативных процессов различной интенсивности.

Каждый локальный диссипативный процесс на спектре $\lambda = f(T)$ проявляется в виде пика потери различной интенсивности, а на температурной зависимости частоты $\nu = f(T)$ в виде аномального поведения этой зависимости.

Таким образом, реакция исследуемой системы на внешнее деформирующее воздействие требует рассмотрения процессов диссипации с модельных представлений атомно-молекулярного строения исследуемых систем. В этом случае вся исследуе-

мая система представляет собой совокупность структурно-кинетических подсистем, квазинезависимо реагирующих на внешнее воздействие. Это воздействие одновременно выводит все структурные элементы (атомно-молекулярные образования или структурно-кинетические подсистемы) из положения механического и термодинамического равновесия.

Реакция каждой структурно-кинетической подсистемы при одной температуре, равной для всех, будет различной: от упругой (гуковской) до неупругой (максвелловской), что и отражается на зависимостях $\lambda = f(T)$ и $\nu = f(T)$ [2].

Метод внутреннего трения, рассматриваемый в динамическом режиме свободного затухающего колебательного процесса, возбуждаемого в однородной непрерывной сплошной среде, и упруго реагирующей на внешнее воздействие в изотермических условиях ($T = \text{const}$), базируется на основном уравнении движения:

$$\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} \right) = \partial_j \sigma_{ji}, \quad (1)$$

где ρ — плотность среды; φ_i — угол закручивания образца; σ_{ij} — компоненты тензора напряжения соответственно, возникающие в исследуемом материале при его деформировании на величину ε_{kl} .

Решение уравнения (1) представляется в виде [2]:

$$\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} \right) = \sum_{i=1}^n B_i \int_0^t \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial z^2} \exp \left[\frac{(t-t_0)}{\tau_i} \right] dt, \quad (2)$$

где z — координата поперечного сечения образца; B_i — положительная постоянная, удовлетворяющая условию $\sum_{i=1}^n B_i = G$, где G — модуль сдвига всей системы, состоящей из n числа структурно-кинетических подсистем; t — текущее время колебательного процесса; t_0 — время приложения внешнего скручивающего момента $M_{\text{вн}}$; τ_i — время релаксации i -й структурно-кинетической подсистемы.

Использование преобразования Лапласа – Карсона [3] позволяет получить решение, которое при $t \geq t_0$ описывает процесс затухания крутильных колебаний исследуемого образца относительно равновесного значения угла $\varphi = 0$ [1, рис. 1, в].

В этом случае определяется логарифмический декремент основной (для определенной температуры) гармоники колебательного процесса. Изменение температуры ведет к изменению основной гармоники, т.е. к изменению преобладающей в данном температурном интервале, доминирующей по диссипативной способности, структурно-кинетической подсистемы (i -й подсистемы). Логарифмический декремент колебательного процесса, возбужденного в исследуемой системе, состоящей из n числа структурно-кинетических подсистем, определится в виде:

$$\lambda = \pi \left\{ \left[\left(\frac{B_1}{G\omega\tau_1} \right) + \left(\frac{B_2}{G\omega\tau_2} \right) \right] + \sum_{i=1}^n \left(\frac{B_i}{G} \right) \left(\frac{\omega\tau_i}{1 + \omega^2\tau_i^2} \right) \right\}, \quad (3)$$

где ω — круговая (циклическая) частота; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i$ — времена релаксации для каждой i -й структурно-кинетической подсистемы; B_1, B_2, \dots, B_i — положительные постоянные, имеющие размерность модуля сдвига $[\text{Н/м}^2]$ для каждой структурно-кинетической подсистемы.

Согласно феноменологическим модельным представлениям Максвелла [4] и основным положениями теории внутреннего трения [5–10], связь между возрастающим по интенсивности фоном внутреннего трения $\text{tg } \delta$, логарифмическим декрементом λ колебательного процесса, круговой частотой ω этого процесса и временем релаксации τ определяется соотношением

$$\lambda = \pi \text{tg } \delta = \frac{\pi}{\omega\tau}. \quad (4)$$

Первые два слагаемых в соотношении (3) связаны с фоном внутреннего трения спектра $\lambda = f(T)$, а третий член этого соотношения — с пиками потерь, налагаемыми на фон. В модельном представлении соотношение (3) может быть представлено в виде обобщенной модели Максвелла с вырождающимися при изменении температуры ветвями [2], а третье слагаемое в соотношении (3) может быть записано в модельном представлении стандартного линейного тела [5]:

$$\lambda_i = 2\lambda_{i_{\text{max}}} \frac{\omega\tau_i}{1 + \omega^2\tau_i^2}, \quad (5)$$

где $\lambda_{i_{\text{max}}}$ — максимальное значение логарифмического декремента на спектре внутреннего трения $\lambda = f(T)$ для каждого пика диссипативных потерь [1, рис. 2, а].

Время релаксации для элементарной модели Максвелла связано с физико-механическими характеристиками исследуемой системы и зависит от температуры:

$$\tau = \frac{\eta}{G} = \tau_0 \exp \frac{U}{RT}, \quad (6)$$

где G — модуль упругости (сдвига); τ_0 — предэкспоненциальный коэффициент; U — энергия активации процесса; T — температура; R — универсальная газовая постоянная.

В этом случае фон внутреннего трения (соотношение (3)) и пик диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ (соотношение (5)) будут зависеть от температуры.

Соотношения (1)–(6) могут качественно представить весь спектр внутреннего трения в его температурно-частотной зависимости и применимы как для аморфных стеклообразных и кристаллических, так и для жидких (стеклообразующих и кристаллизующихся) систем.

Кроме этих положений следует отметить тот факт, что и модуль сдвига G является хотя и слабой, но зависящей от температуры характеристикой, т.е. $G = f(T)$.

Исследования внутреннего трения монокристаллических систем [1, рис. П1] показывают: на спектрах внутреннего трения наблюдается возрастающий фон и монотонный спад модуля сдвига, который по теоретическим расчетам составляет $\approx 2 \div 4\%$ на каждые 100 градусов температуры [11].

Спад модуля сдвига интенсифицируется в области температур плавления (кристаллизации) для кристаллических систем или в области температуры стеклования для аморфных систем.

Однако для этих же кристаллических систем, находящихся в поликристаллическом структурном состоянии, на фон внутреннего трения при температурах ниже, чем температура кристаллизации ($T < T_{cr}$), накладывается возникший пик диссипативных потерь (одна из компонент третьего слагаемого соотношения (3)).

Следует отметить, что и на температурной зависимости модуля сдвига в этом же интервале температур начинает проявляться аномальное отклонение значений модуля G от плавно монотонной температурной зависимости $G = f(T)$.

Эти изменения в спектрах $\lambda = f(T)$ и зависимостях $G = f(T)$ произошли в результате изменения внутренней структуры соответствующих подсистем, построенных из тех же структурных элементов, как и соответствующие монокристаллы.

Исследования зависимостей для аморфных систем также выявляют аналогичные эффекты [1, рис. П2–П4].

АНАЛИЗ СОВОКУПНОГО ДЕЙСТВИЯ СТРУКТУРНО-КИНЕТИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОДСИСТЕМ

Все рассмотренное выше дает основание при глубоком теоретическом анализе реакции исследуемых материалов (систем) в динамических режимах свободно затухающих колебательных процессов, возбуждаемых в них, учитывать не только температуру и частоту, но и атомно-молекулярное строение исследуемой системы.

При этом сама исследуемая система представляется в виде совокупности структурно-кинетических (атомно-молекулярных) подсистем с разными физико-механическими и физико-химическими характеристиками, квазинеzáвисимо реагирующих на одинаковые внешние воздействия, выводящие все элементы этих подсистем из состояния механического и термодинамического равновесия [12].

Рассмотрим случай, когда исследуемый образец материала состоит из трех структурных подсистем (например, из звеньев цепи макромолекулы полимера — подсистема I, из сегментов этой цепи — подсистема II и надмолекулярных образований — подсистема III).

Дифференциальное уравнение в модельном представлении Максвелла для данной системы будет иметь вид:

$$\dot{\sigma} + \frac{G_I}{\eta_I} \sigma + \frac{G_{II}}{\eta_{II}} \sigma + \frac{G_{III}}{\eta_{III}} \sigma = (G_I + G_{II} + G_{III}) \dot{\gamma}, \quad (7)$$

где $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$ — скорость изменения напряжения

на всей системе; $\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$ — скорость изменения деформации сдвига; σ — напряжение на образце; η_I , η_{II} и η_{III} — диссипативные (вязкостные) параметры подсистем I, II и III; G_I , G_{II} и G_{III} — модули сдвига подсистем I, II и III.

В данном случае реакцией подсистемы, образующей фон внутреннего трения на спектре, можно пренебречь, приняв ее чисто упругой гукковской реакцией, лишенной неупругих свойств. Следует отметить, что это допущение является лишь качественным, т.к. величина фона имеет определенное значение даже при криогенных температурах, что свидетельствует о том, что фон потерь на спектре также является диссипативным процессом проявления неупругости, хотя и с бесконечно большим временем релаксации, что будет рассмотрено ниже.

Решением уравнения (7) является соотношение [2]:

$$\sigma(t) = G_I \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_I}\right] + G_{II} \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_{II}}\right] + G_{III} \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_{III}}\right], \quad (8)$$

где t — время, с [1, рис. 1].

В этом случае имеет место три времени релаксации, т.е. каждая структурно-кинетическая подсистема характеризуется своими релаксационными характеристиками:

$$\tau_I = \frac{\eta_I}{G_I}; \quad \tau_{II} = \frac{\eta_{II}}{G_{II}}; \quad \tau_{III} = \frac{\eta_{III}}{G_{III}}. \quad (9)$$

Соотношение (8) может быть преобразовано к виду:

$$G(t)_r = \frac{\sigma(t)}{\gamma_{\max}} = G_I \exp\left(-\frac{G_I t}{\eta_I}\right) + G_{II} \exp\left(-\frac{G_{II} t}{\eta_{II}}\right) + G_{III} \exp\left(-\frac{G_{III} t}{\eta_{III}}\right), \quad (10)$$

где $G(t)_r$ — релаксирующий модуль сдвига.

Учитывая, что каждая элементарная феноменологическая модель Максвелла характеризуется своей функцией релаксации, имеющей в статическом изотермическом режиме внешнего воздействия вид

$$\varphi_i(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \equiv \exp\left(-\frac{G_i}{\eta_i}t\right), \quad (11)$$

можно принять, что общий процесс релаксации всей трехкомпонентной системы будет определяться соотношением

$$\varphi(t) = \varphi_I(t) + \varphi_{II}(t) + \varphi_{III}(t), \quad (12)$$

а релаксирующий модуль:

$$G(t)_r = G_I \varphi_I(t) + G_{II} \varphi_{II}(t) + G_{III} \varphi_{III}(t). \quad (13)$$

Следует отметить, что время релаксации τ_I , τ_{II} и τ_{III} каждой структурно-кинетической подсистемы зависит от температуры исследования; поэтому, учитывая структурное различие I, II и III подсистем, каждая подсистема будет характеризоваться своей температурной зависимостью времени релаксации $\tau_i = f(T)$, а следовательно, и своими физико-механическими и физико-химическими характеристиками (энергия активации U_i ; вид функции релаксации $\varphi_i(t)$; время релаксации τ_i ; предэкспоненциальный коэффициент τ_0 и т.д., соотношения (6) и (11).

В этом случае при одних температурах исследований (например, температуре $T_{I_{\max}}$ [1, рис. 2]) время релаксации одной структурно-кинетической подсистемы (например, подсистемы I) может быть значительно меньше, чем время релаксации второй структурно-кинетической подсистемы при той же температуре $T_{I_{\max}}$ (качественно температурная зависимость времени релаксации согласуется с температурной зависимостью вязкости той или иной структурной подсистемы [1, рис. 2, в]), т.е.:

$$\tau_{I_{T_i}} \ll \tau_{II_{T_i}} \ll \tau_{III_{T_i}}. \quad (14)$$

На рис. 1, а, представлены 4 модели исследуемой системы для интервалов температур:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & - T < T_{I_{\max}}; & \textcircled{3} & - T \approx T_{II_{\max}}; \\ \textcircled{2} & - T \approx T_{I_{\max}}; & \textcircled{4} & - T \approx T_{III_{\max}} \end{aligned}$$

и их трансформации рис. 1, б, в; [1, рис. 2].

В Приложении на рис. П дана общая схема.

В области температуры $T < T_{I_{\max}}$ спектра $\lambda = f(T)$ [1, рис. 2, а] имеет место фон внутреннего трения, в образовании которого принимают упругое участие все три структурно-кинетические подсистемы: I, II, III.

Все диссипативные (неупругие) процессы в этих подсистемах пренебрежительно малы,

поэтому эти подсистемы будут характеризоваться значением "замороженной" вязкости η_i^* (обозначенной на рис. 1 и 2 символом ).

В области температуры $T \approx T_{I_{\max}}$ спектра $\lambda = f(T)$ начинается пик I диссипативных потерь [1, рис. 2, а], что свидетельствует о проявлении неупругой локальной подвижности элементов I структурно-кинетической подсистемы, т.е. величина вязкости этой подсистемы η_I (обозначенной на рис. 1 символом без окружности, т.е. ) становится меньше "замороженного" значения $\eta_I < \eta_I^*$.

В этом случае модель трансформируется из положения  (рис. 1, а) в положение  (рис. 1, а). Вследствие того, что оставшиеся "замороженные" вязкости η_{II}^* и η_{III}^* не оказывают влияния на диссипативный процесс I в области температур $T \approx T_{I_{\max}}$, они могут быть опущены из модельного представления всей системы (фиг.  на рис. 1, б), а упругие элементы подсистем II и III могут быть представлены общим упругим элементом ($G_{II} + G_{III}$) (фиг.  на рис. 1, в), а вся модель переходит в модель стандартного линейного тела (фиг.  на рис. 1, в).

Аналогично осуществляется и преобразование модели при температурах $T > T_{I_{\max}}$ (фиг.  и  на рис. 1). Однако при $T \approx T_{II_{\max}}$ значение вязкости η_I стремится к нулю, т.е. $\eta_I \rightarrow 0$ и упругая компонента $G_I \rightarrow 0$, поэтому ветвь модели $\eta_I - G_I$ утрачивается (рис. 1, а, фиг. ).

В области температур $T \approx T_{III_{\max}}$ из общей модели остается лишь модель с вязкостью η_{III} и модулем сдвига G_{III} , т.е. вся модель трансформируется в простую модель Максвелла (рис. 1, а, фиг. ).

В области температуры $T_{I_{\max}}$ первая структурно-кинетическая подсистема проявляет диссипативные вязкостные характеристики вследствие того, что $\eta_I < 10^{13}$ Пз [1, рис. 2, в].

В первом приближении элементарная модель Максвелла (II подсистема) вырождается в упругую (квазиупругую) гуковскую модель, вследствие чего обобщенная, состоящая из двух максвелловских ветвей модель [рис. 1] преобразуется в феноменологическую модель стандартного линейного тела с одним временем релаксации [2, 12–15]:

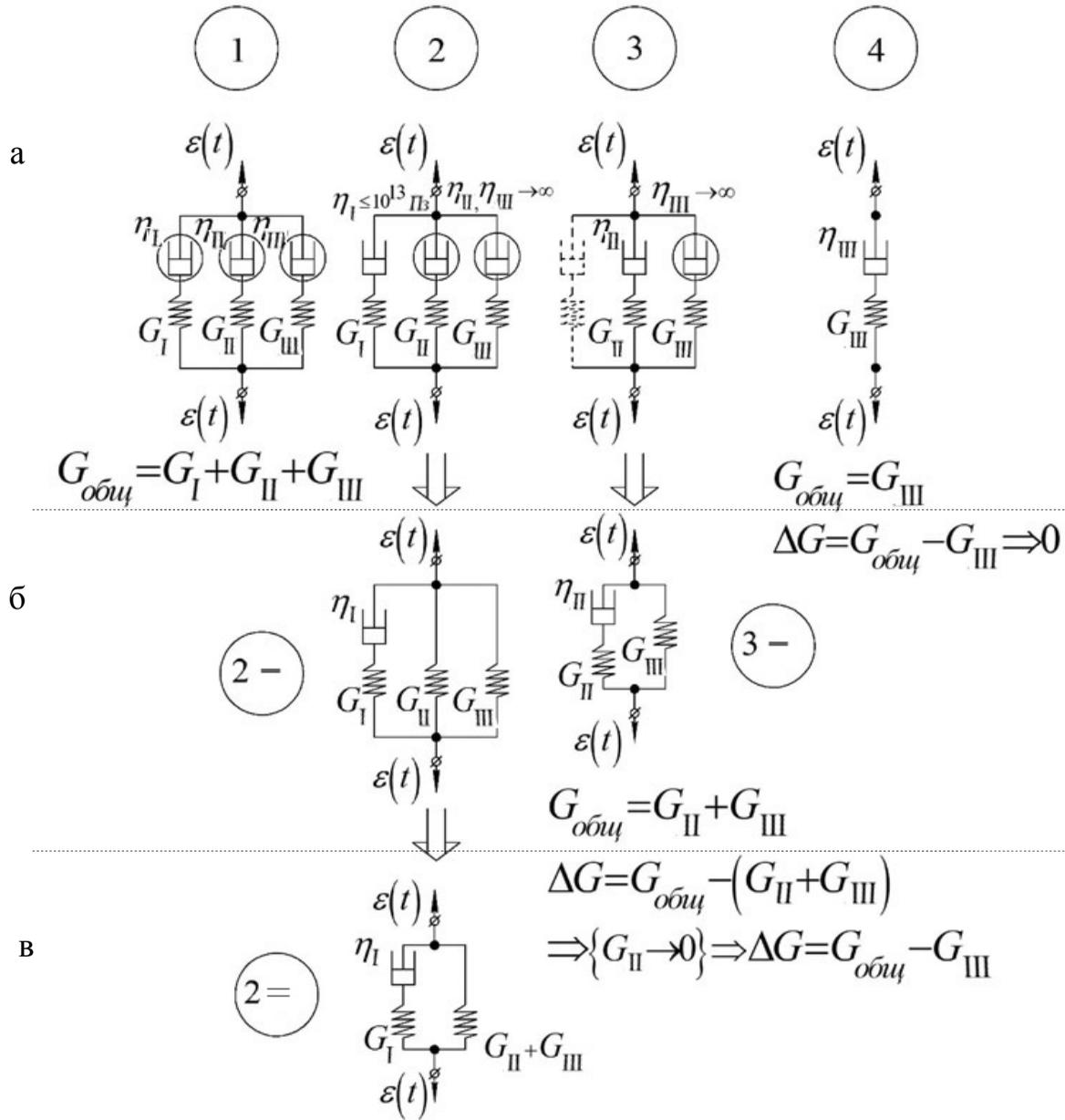


Рис. 1. Схематическое обобщение и теоретический анализ соответствующих феноменологических модельных представлений для каждого из 4 температурных интервалов спектра $\lambda = f(T)$ из [1, рис. 2]

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} + \frac{G_I}{\eta_I} \sigma &= (G_I + G_{II}) \dot{\gamma} + \frac{G_I G_{II}}{\eta_I} \gamma = \\ &= \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_1} = (G_I + G_{II}) \dot{\gamma} + \frac{G_{II}}{\tau_1} \gamma. \end{aligned} \quad (15)$$

В динамическом режиме внешнего воздействия в виде

$$\gamma(t) = \gamma_{\max} e^{i\omega t} \quad (16)$$

дифференциальное уравнение модели стандартного

линейного тела (соотношение (15)) представляется в виде

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} + \frac{G_I}{\eta_I} \sigma &= \left[(G_I + G_{II}) i \omega + \left(\frac{G_I G_{II}}{\eta_I} \right) \right] \gamma_{\max} e^{i \omega t} = \\ &= \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_I} = \left[(G_I + G_{II}) i \omega + \frac{G_{II}}{\tau_I} \right] \gamma_{\max} e^{i \omega t}. \end{aligned} \quad (17)$$

Решением уравнения (17) является уравнение

$$\lambda_1 = 2\lambda_{1\max} \frac{\omega \tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2}. \quad (18)$$

МЕХАНИЗМ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

Исследование температурных и частотных зависимостей внутреннего трения и температурных зависимостей частоты свободно затухающего колебательного процесса, возбуждаемого в различных по химической природе, строению и структуре материалах (систем), позволяет представить эти результаты в виде некоторой обобщенной кривой диссипативных потерь в интервале температур от ~ 10 К до ~ 700 К — $\lambda = f(T)$ [1, рис. 2, а] и обобщенной кривой температурной зависимости частоты $\nu = f(T)$ [1, рис. 2, б].

На спектрах $\lambda = f(T)$ наблюдается непрерывный, слабо и монотонно возрастающий (или постоянный по величине) при повышении температуры до температуры изменения агрегатного состояния системы ($T \ll T_g$) [1, рис. 2, а] участок АБ (штриховая линия) и участок БД (сплошная линия) экспоненциально возрастающего фона внутреннего трения при температурах $T > T_g$.

На фон диссипативных потерь при $T < T_g$ в различных температурных участках спектра $\lambda = f(T)$ накладываются пики диссипативных потерь λ_{\max} [1, рис. 2, а].

Как было отмечено выше, пики диссипативных потерь обусловлены проявлениями (при изменении температуры) возрастающей возможности локальной подвижности элементов, образующих различные структурно-кинетические подсистемы, квазинезависимо и неодинаковым образом реагирующие на одинаковые внешние воздействия, и образующих в совокупности всю атомно-молекулярную структуру всей исследуемой системы.

Таким образом, эти пики диссипативных потерь имеют различное структурно-кинетическое

происхождение, различный механизм внутреннего трения и различную интенсивность.

Кроме того, на температурной зависимости частоты $\nu = f(T)$ свободного затухающего колебательного процесса [1, рис. 2, б] наблюдаются аномальности этих зависимостей, проявляющиеся в температурных интервалах пиков диссипативных потерь λ_{\max} на спектре $\lambda = f(T)$ [1, рис. 2, а].

Эти аномальности заключены в отклонениях (в той или иной степени) от теоретической кривой $\nu_{\text{теор}} = f(T)$ (штриховая линия ① [1, рис. 2, б]), рассчитанной по температурной зависимости модуля упругости $G_{\text{теор}} = f(T)$ [1, рис. 2, г] (штриховая линия).

Расчет теоретической зависимости $\nu = f(T)$ проведен в соответствии с положением физики твердого тела [11], согласно которому модуль упругости исследуемой системы должен уменьшаться на (2÷4)% при увеличении температуры на 100 град. до температуры перехода системы из твердого в жидкое агрегатное состояние, т.е. в интервале температур ~ 10 К $< T < T_g$ зависимость $G = f(T)$ предполагается линейной.

Для динамических режимов исследования различных материалов, находящихся в твердом агрегатном состоянии, имеется связь между модулем упругости материала и частотой колебательного процесса, возбуждаемого в исследуемом образце в виде [16]:

$$G = f(I, \nu, T) \Rightarrow G \approx (I\nu^2)_T, \quad (19)$$

где I — момент инерции исследуемого образца.

Таким образом, модуль упругости (сдвига) зависит не только от температуры, но и от частоты (при условии $I = \text{const}$), т.е.

$$\Delta G(T, \nu) = \Delta \nu^2(T) \quad (20)$$

температурное изменение частоты ν позволяет определить и температурное изменение модуля сдвига, что теоретически может быть представлено в виде штриховых линий ① зависимостей на [1, рис. 2, б] и [1, рис. 2, г].

Аномальность экспериментальных результатов $\nu = f(T)$ и, следовательно, $G = f(T)$, проявляемая в различных температурных интервалах спектра $\lambda = f(T)$, может быть описана при введении понятия дефекта модуля ΔG [16]:

$$\Delta G = \frac{G_0(T_0) - G_i(T_i)}{G_0(T_0)} = \frac{\nu_0^2(T_0) - \nu_i^2(T_i)}{\nu_0^2(T_0)}. \quad (21)$$

Характер отклонений (аномальность) $\Delta v^2(T)$, а следовательно, и $\Delta G(T)$ для различных локальных по температуре участков спектра $\lambda = f(T)$ в одной исследуемой системе может быть различным, зависящим от структурных атомно-молекулярных образований в каждой структурно-кинетической подсистеме. То есть значения аномальности могут быть в виде $\Delta v^2 > 0$ и $\Delta G > 0$ и в виде $\Delta v^2 < 0$ и $\Delta G < 0$ (при условии повышения температуры исследуемой системы).

Различие в знаках дефекта модуля ΔG позволяет провести условную классификацию локальных диссипативных процессов в соответствующих температурных интервалах спектра внутреннего трения $\lambda = f(T)$:

$$\begin{cases} (\Delta v^2 > 0; \Delta G > 0)_{+T} \rightarrow \text{релаксac. мех.}, \\ (\Delta v^2 < 0; \Delta G < 0)_{+T} \rightarrow \text{фазовый мех.}, \\ (\Delta v^2 \approx 0; \Delta G \approx 0)_{+T} \rightarrow \text{гистерез. мех.}, \end{cases} \quad (22)$$

где $+T$ — индекс, указывающий на нагревание; релаксac. — релаксационный; мех. — механизм; гистерез. — гистерезисный.

В случае охлаждения будет обратная картина.

Таким образом, пики диссипативных потерь могут иметь релаксационный или фазовый механизмы внутреннего трения, а фон диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ имеет гистерезисный механизм внутреннего трения вплоть до температур $T \ll T_g$.

ФОН ДИССИПАТИВНЫХ ПОТЕРЬ НА СПЕКТРЕ $\lambda = f(T)$

Наличие на спектрах $\lambda = f(T)$ отличного от нуля фона потерь $\lambda_{\text{фон}} \neq 0$, имеющего значительно меньшую интенсивность, чем пики потерь, налагающиеся на этот фон ($\lambda_{\text{max фон}} \ll \lambda_{i \text{max}}$), позволяет отнести процесс образования фона к явлениям неупругости гистерезисного типа [17–34].

Проявление явлений неупругости гистерезисного типа, как правило, наблюдается в режимах внешнего деформирующего воздействия, при котором напряжения σ , возникающие в образцах исследуемых систем, не превышают предела упругости $\sigma_{\text{нр}}$:

$$\sigma_{\text{нр}} \leq \sigma \leq \sigma_{\text{нр}}, \quad (23)$$

где $\sigma_{\text{нр}}$ — предел пропорциональности, гуковская мгновенно-однозначная (не зависящая от времени) взаимосвязь (напряжение — деформация) (" $\sigma - \gamma \neq f(t)$ "); $\sigma_{\text{нр}}$ — предел упругости (упруговязкая неупругая взаимосвязь " $\sigma - \gamma = f(t)$ ").

В интервале напряжений (23) реакция системы на внешнее деформирующее воздействие, выводящее эту систему из состояния механического и термодинамического равновесия, может быть описана феноменологической моделью Кельвина — Фойгта [4]:

$$\sigma = G\gamma + \eta\dot{\gamma}. \quad (24)$$

Однако при напряжениях $\sigma < \sigma_{\text{нр}}$ интенсивность фона диссипативных потерь не стремится к нулю, а практически не изменяется, что свидетельствует об определенной глобальной диссипативности отклика системы на внешнее воздействие во всем температурном интервале существования конденсированного состояния этой системы.

Это отклонение от гуковской реакции

$$\left. \begin{cases} \sigma = f(\gamma), \\ \gamma_{\text{осн}} = 0, \\ \sigma \neq f(t), \\ \gamma \neq f(t) \end{cases} \right\} \begin{array}{l} \text{мгновенное взаимно-однозначное} \\ \text{соответствие "}\sigma - \gamma\text{"}, \end{array} \quad (25)$$

$$\left. \begin{cases} \sigma = f(\gamma), \\ \gamma_{\text{осн}} = 0, \\ \sigma = f(t), \\ \gamma = f(t) \end{cases} \right\} \begin{array}{l} \text{не мгновенное (затянувшееся} \\ \text{во времени) соответствие "}\sigma - \gamma\text{"} \end{array} \quad (26)$$

регистрируется на диаграмме " $\sigma - \gamma$ " в виде эллипсоидных петель гистерезиса, где площадь петли гистерезиса определяет диссипативные потери в исследуемой системе.

В образовании фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ принимают участие структурно-кинетические элементы всех подсистем: как агрегатной, так и ряда модифицирующих подсистем [12].

Вклад каждой из данных подсистем в образование фона зависит от температуры и может быть незначительным по интенсивности, но общий суммарный вклад будет определять общую интенсивность фона на спектре [1, рис. 2, а].

Таким образом, каждой структурно-кинетической подсистеме будет соответствовать свой гистерезисный петельный эллипс определенной площади, которая и характеризует диссипативный вклад данной подсистемы в интенсивность

общего фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ [2].

Структурно-кинетические подсистемы могут быть образованы различными атомно-молекулярными образованиями исследуемой системы. Например, для кристаллических низкомолекулярных систем, структурно-кинетические подсистемы могут быть образованы дислокациями или точечными дефектами (атомы внедрения, атомы замещения и т.п.). Процесс взаимодействия этих элементов при их стремлении занять при изменении температурно-частотных режимов внешнего воздействия более выгодные для данных условий энергетические положения приводит к противодействию со стороны элементов других подсистем, энергетическое положение которых еще не позволяет совершать подобные переходы [13–15]. В частности, процесс взаимодействия колеблющихся дислокационных образований структуры с точечными дефектами может быть представлен как процесс взаимодействия одной структурно-кинетической модифицирующей подсистемы с другой, что представится как дислокационный вклад в интенсивность фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$. Данный процесс характеризуется как гистерезисный механизм внутреннего трения в образовании фона на спектре $\lambda = f(T)$.

Несмотря на качественную простоту обоснования появления на спектре внутреннего трения $\lambda = f(T)$ фона диссипативных потерь, количественное описание температурной, частотной и амплитудной зависимостей диссипативных потерь для этого фона представляет собой сложную проблему, требующую большого массива экспериментальных данных.

Следует отметить, что начало подобным исследованиям было положено в работах [17–32], в которых исследуемая система рассматривалась в рамках феноменологических моделей однородного непрерывного сплошного тела.

В более поздних работах гистерезисный механизм образования фона диссипативных потерь на спектрах внутреннего трения $\lambda = f(T)$ рассматривается на базе модельных представлений об атомно-молекулярном строении исследуемых материалов [10, 33–35].

Реакция исследуемой системы как непрерывного однородного сплошного тела, в соответствии с условиями (26), когда вязкость η^* этой системы $\eta^* \gg 10^{14}$ Па·с $\rightarrow \infty$ (η^* — вязкость "замороженной" подсистемы) [1, рис. 2, в], и в то же время имеются диссипативные явления в этой системе, т.е. $\Delta W \neq 0$, не позволяет непосредственно ис-

пользовать в описании этой реакции модельные представления Кельвина – Фойгта и Максвелла (вследствие условия $\eta^* \rightarrow \infty$) [4]. В этом случае необходимо принять гипотезу, что феноменологически описать диссипативные гистерезисные явления при условиях (26) возможно в случае, когда феноменологическая модель каждой структурно-кинетической подсистемы будет рассматриваться как квазиупругая модель, включающая в себя три компоненты (рис. 2):

- 1) элемент замороженной вязкости всей исследуемой системы $\eta^* \gg 10^{14}$ Па·с $\rightarrow \infty$;
- 2) модуль сдвига G_i (для каждой подсистемы различный);
- 3) локальный диссипативный элемент $r_i \neq 0$ при $\sigma < \sigma_{np}$, различный для разных структурно-кинетических подсистем.

Диссипативный элемент r_i соединен параллельно с упругим элементом G_i , что позволяет рассматривать гистерезисный механизм внутреннего трения и отсутствие остаточных деформаций во всей системе $\gamma_{ост} = 0$.

Модель подобного типа была предложена академиком Каргиным при описании деформаций гибкоэластичных полимеров, состоящих из длинных цепей макромолекул [36].

Диссипативный элемент r_i может быть принят в качестве характеристической силы внутреннего неупругого сопротивления \bar{F}_r , которая противодействует любому перемещению элементов i -й структурно-кинетической подсистемы.

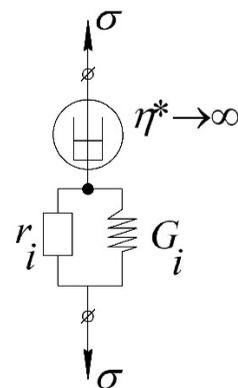


Рис. 2. Феноменологическая модель для описания гистерезисного механизма внутреннего трения, проявляемая на спектрах $\lambda = f(T)$ в виде фона диссипативных потерь

Именно эта сила \overline{F}_r и является причиной возникновения эллиптической гистерезисной петли с обхватом площади $S_{зуст} = \Delta W_0$, равной величине диссипируемой энергии ΔW_T за один период колебательного процесса при изотермическом режиме $T = \text{const}$, при $\sigma < \sigma_{np_i}$, где σ_{np_i} — предел пропорциональности i -й структурно-кинетической подсистемы.

Для определения силы \overline{F}_r было предложено две теории [17–32]:

1) сила F_r зависит от скорости (частоты ω) деформации $\dot{\gamma}$, т.е. $F_r = f(\dot{\gamma})$;

2) сила F_r зависит от амплитуды деформации γ_{\max} (φ_{\max}) колебательного процесса, т.е. $F_r = f(\gamma_0)$, или $F_r = f(\varphi_0)$, где φ_{\max} — амплитудный угол деформационного сдвига.

В частотной зависимости $F_r = f(\omega)$ рассматривается как линейная связь, так и нелинейная связь между силой локального неупругого сопротивления F_r элементов i -й структурно-кинетической подсистемы и частотой колебательного процесса, возбуждаемого как в i -й подсистеме, так и во всей системе в целом.

В амплитудной зависимости $F_r = f(\varphi_{\max})$ также рассматривается два направления: линейная и нелинейная зависимости.

При свободно затухающем колебательном процессе, возбуждаемом в образцах исследуемой системы, диапазон частот составляет от 10^{-1} Гц до ~ 10 Гц при заданных геометрических размерах образцов для устройства [16], поэтому основное внимание в этом случае уделяется выполнению условия $\gamma_{\max} = \text{const}$, т.е. $\varphi_{\max} = \text{const}$, и выполнению условия амплитудно-независимого внутреннего трения для каждой i -й подсистемы:

$$\begin{cases} \sigma < \sigma_{np_i}, \\ \lambda_i \neq f(\varphi_{\max}), \end{cases} \quad (27)$$

где σ_{np_i} — предел пропорциональности i -й структурно-кинетической подсистемы, входящей в общую систему исследуемого материала.

Таким образом, в образование фона внутреннего трения вносят свой вклад все структурно-кинетической подсистемы исследуемой системы.

Вклад каждой подсистемы в фон различен и определяется температурой исследования, поэтому наиболее стабильным и относительно постоянным в широком температурном режиме ис-

следований $\lambda = f(T)$ является фон внутреннего трения агрегатной формообразующей подсистемы [13–15].

Фон внутреннего трения для системы, состоящей из одной структурно-кинетической подсистемы, которая в этом случае является агрегатной и формообразующей подсистемой, например для бездефектных монокристаллических систем [1, рис. 2, а; рис. П1], состоит из двух температурных областей:

1 — линейная зависимость от температуры, область АБ [1, рис. 2, а];

2 — нелинейная зависимость от температуры, область БД [1, рис. 2, а].

В этом случае исследования спектров внутреннего трения в широком температурном интервале необходимо проводить в таких режимах, чтобы свести к минимуму влияние частотно-зависимой составляющей внутреннего трения и амплитудно-зависимой составляющей с выполнением соотношений (27).

Режимы частотно-независимого (ЧНВТ) и амплитудно-независимого внутреннего трения (АНВТ) в данном методе используются для того, чтобы были созданы условия неразрушения образцованных в системе структурно-кинетических подсистем и возможности корректного использования соотношений феноменологических модельных представлений и положений теории линейной вязкоупругости Больцмана – Вольтерра [37].

При этом следует отметить, что даже выполнение условий ЧНВТ и АНВТ не является препятствием для смены механизма внутреннего трения фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$:

– до температур стеклования T_g или кристаллизации T_{cr} агрегатной структурно-кинетической подсистемы ([1, рис. 2, а] — участок АБ) механизм внутреннего трения является гистерезисным;

– после температур $T > T_g$ или $T > T_{cr}$ механизм внутреннего трения изменяется от ЧНВТ гистерезисного типа на релаксационный механизм с частотной зависимостью и выполнением условий принципа температурно-временной суперпозиции.

Итак, гистерезисный механизм внутреннего трения, определяемый по температурным спектрам внутреннего трения $\lambda = f(T)$ в интервале температур до температур $T \leq T_g$ или $T \leq T_{cr}$ (где T_g или T_{cr} — температуры изменения агрегатного состояния всей системы или агрегатной формообразующей подсистемы), является амплитудно- и частотно-независимым в режиме исследований методом свободно затухающего колебательного процесса в диапазоне частот от $\sim 10^{-1}$ Гц до 10 Гц

при возникновении в образце исследуемой системы напряжений, меньших предела пропорциональности σ_{np} , и характеризует фон диссипативных потерь на спектре ([1, рис. 2, а] — участок АБ).

В области гистерезисного механизма фона внутреннего трения на спектре $\lambda = f(T)$ температурное изменение частоты свободно затухающего колебательного процесса, возбужденного в образце, происходит монотонно без аномальностей и составляет $\sim(2\div 4)\%$ на каждые 100 град. температуры.

В области температур $T > T_g$ или $T > T_{cr}$ фон диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ бездефектной монокристаллической системы начинает резко возрастать ([1, рис. 2, а] — сплошная линия).

Аналогичное изменение фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ характерно и для агрегатной формообразующей подсистемы многокомпонентной системы ([1, рис. 2, а] — участок БД).

Если для этого температурного интервала спектра ([1, рис. 2, а] — участок БД) рассматривать развертку колебательного процесса [1, рис. 1, в] $\varphi = f(t)$, то в координатах " $\sigma - \gamma$ " будет иметь место совокупность незамкнутых эллиптических кривых (рис. 3).

При теоретическом анализе этого явления с энергетических позиций следует, что потенци-

альная энергия системы в i -м периоде колебательного процесса ([1, рис. 1, г]; рис. 3) определяется соотношением:

$$U_i = G \frac{\gamma_i^2}{2}. \quad (28)$$

Для $(i+1)$ -го периода потенциальная энергия:

$$U_{(i+1)} = G \frac{\gamma_{(i+1)}^2}{2}. \quad (29)$$

Рассматриваемый затухающий колебательный процесс (рис. 3) с энергетических позиций определяется величиной энергии U , сообщаемой системе в каждый период колебательного процесса, а величина U определяется площадью эллипсоидной петли каждого колебания.

Для определения U_i каждого периода колебательного процесса (т.е. площади петли гистерезисной кривой (" $\sigma - \gamma$ ") _{i}) необходимо принять следующие допущения:

1) незамкнутостью петли гистерезисных потерь для каждого i -го периода колебаний можно пренебречь;

2) уменьшение амплитуды $\Delta\gamma$ значительно меньше величины самих амплитуд $\gamma_i, \gamma_{(i+1)}, \dots$ каждого периода колебательного процесса:

$$\Delta\gamma \ll \gamma_i \ll \gamma_{(i+1)} \ll \dots \quad (30)$$

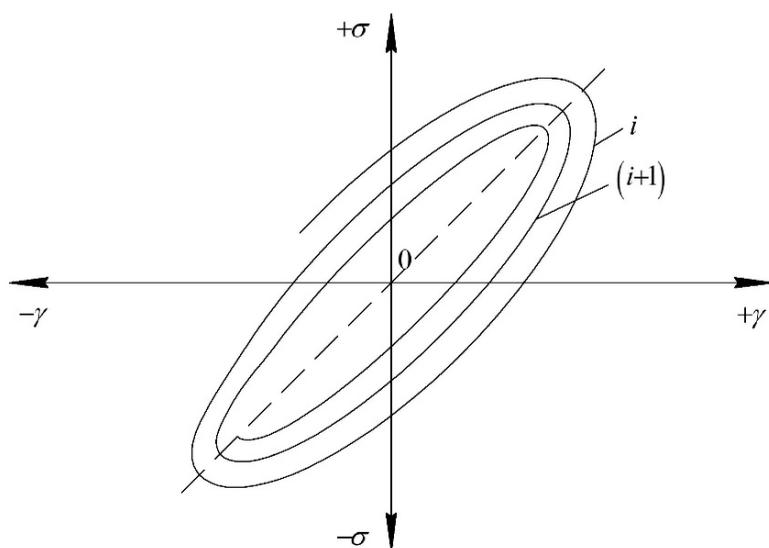


Рис. 3. Система эллиптических незамкнутых петель, характеризующих диссипативные потери для каждого периода затухающего колебательного процесса, возбужденного в исследуемой системе

Таким образом, разность ΔU между периодами колебательного процесса будет соответствовать диссипированной за период величине энергии, т.е.:

$$\Delta U = U_i - U_{(i+1)} = \frac{G}{2}(\gamma_i^2 - \gamma_{(i+1)}^2) \approx G(\gamma_i \cdot \Delta\gamma_i). \quad (31)$$

Площадь незамкнутой гистерезисной петли, соответствующей амплитуде γ_i , определяется соотношением [18–20]:

$$S_i = 2k R_i \gamma_i, \quad (32)$$

где k — коэффициент формы петли; $2 R_i$ — наибольшая ширина петли гистерезиса.

Коэффициент формы определяется соотношением [18–27]:

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{\gamma_i}\right)^2}. \quad (33)$$

Если принять, что сила F_r неупругого сопротивления материала исследуемой системы пропорциональна ширине петли R_i для n -й степени амплитуды γ_i , тогда:

$$F_{r_i} \sim R_{0_i} \propto (\gamma_i)^n = b(\gamma_i)^n, \quad (34)$$

где R_{0_i} — начальная полуширина петли гистерезиса, b — коэффициент, \propto — символ пропорциональности.

Из соотношений (32) и (34) следует:

$$S_i = 2k b (\gamma_i)^{n+1}. \quad (35)$$

Таким образом, из соотношений (31) и (35) следует:

$$\begin{aligned} \Delta U_i = S_i &\Rightarrow G(\gamma_i \cdot \Delta\gamma_i) = 2k b (\gamma_i)^{n+1}, \\ \Delta\gamma_i = \frac{2k b (\gamma_i)^{n+1}}{G\gamma_{\max}} &= a(\gamma_i)^n, \end{aligned} \quad (36)$$

где $a = \frac{2k b}{G}$ — характеристика жесткости образца.

Из соотношения (36) следует, что если сила неупругого сопротивления F_r является малой и пропорциональной n -й степени амплитуды деформации (соотношение (34)), то убывание амплитуды деформации $\Delta\gamma_i$ также пропорционально n -й степени амплитуды $(\gamma_i)^n$.

Если рассматривать дифференциальное уравнение огибающей затухающего колебательного

процесса ([1, рис. 1, в, г, д], штриховая линия) в виде

$$\Delta\gamma_i = -\theta \frac{d\gamma_i}{dt}, \quad (37)$$

где θ — период колебания, то это уравнение с учетом соотношения (36) может быть представлено в виде:

$$a(\gamma_i)^n = -\theta \frac{d\gamma_i}{dt}. \quad (38)$$

Интегрируя уравнение (38) методом разделения переменных и с условием, что $n \neq 1$, получаем соотношение:

$$\frac{(\gamma_i)^{(1-n)}}{1-n} = -\frac{at}{\theta} + C. \quad (39)$$

Постоянная интегрирования C в уравнении (39) определяется при начальных условиях

$$\begin{cases} t = 0, \\ \gamma_i = \gamma_{\max} \end{cases} \Rightarrow C = \frac{(\gamma_{\max})^{(1-n)}}{1-n}. \quad (40)$$

Таким образом:

$$\frac{(\gamma_i)^{(1-n)}}{1-n} = -\frac{at}{\theta} + \frac{(\gamma_{\max})^{(1-n)}}{1-n}. \quad (41)$$

Откуда уравнение огибающей развертки затухающего колебательного процесса определяется в виде:

$$\gamma_i = \frac{\gamma_{\max}}{\sqrt[1-n]{1 + \frac{(n-1)}{\theta} a (\gamma_{\max})^{(n-1)} t}}. \quad (42)$$

Для случая $n=1$ уравнение (38) принимает вид:

$$\begin{aligned} a(\gamma_i) = -\theta \frac{d\gamma_i}{dt} &\Rightarrow \frac{d\gamma_i}{dt} = -\frac{a(\gamma_i)}{\theta} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{d\gamma_i}{\gamma_i} = -\frac{a}{\theta} dt \Rightarrow \ln \gamma_i = -\frac{a}{\theta} t + C, \end{aligned} \quad (43)$$

где постоянная интегрирования C определится в виде:

$$\begin{cases} t = 0, \\ \gamma_i = \gamma_{\max} \end{cases} \Rightarrow C = \ln \gamma_{\max}. \quad (44)$$

Таким образом, из соотношений (43) и (44) следует:

$$\ln \gamma_i = -\frac{t}{\theta} a + \ln \gamma_{\max} \Rightarrow \ln \frac{\gamma_i}{\gamma_{\max}} = -\frac{t}{\theta} a \Rightarrow \gamma_i = \gamma_{\max} e^{-\frac{t}{\theta} a} \quad (45)$$

Соотношение (45) представляет собой функцию релаксации вязкоупругой реакции феноменологической модели Максвелла, где время релаксации совпадает с периодом колебательного процесса, т.е. $\tau \equiv \theta$ [4].

Таким образом, фон внутреннего трения при температурах $T \gg T_g$ или $T \gg T_{cr}$ может быть описан в рамках теории неупругости Больцмана – Вольтерра как вязкоупругий релаксационный процесс.

Одновременно с возрастанием интенсивности фона диссипативных потерь на спектре $\lambda = f(T)$ в этом же интервале температур на зависимостях модуля сдвига $G = f(T)$ и частоты колебательно-го процесса $\nu = f(T)$ наблюдается отклонение

от теоретических кривых для этих характеристик [1, рис. 2, б, г].

Это отклонение характеризуется дефектом модуля (соотношение (21)) и представляет собой релаксационный модуль $G(t)_r$, описываемый соотношением (13) с простой дробно-экспоненциальной функцией релаксации $\varphi_i(t)$ — максвелловской экспонентой, аналогичной экспоненциальной функции изменения огибающей развертки затухающего колебательного процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен метод теоретического анализа физико-механических и физико-химических характеристик различных диссипативных процессов, проявляемых на спектрах внутреннего трения и температурно-частотных зависимостей, с использованием представлений об исследуемом материале как совокупности квазинеzáвисимых структурно-кинетических подсистем, составляющих в совокупности исследуемую систему.

ПРИЛОЖЕНИЕ

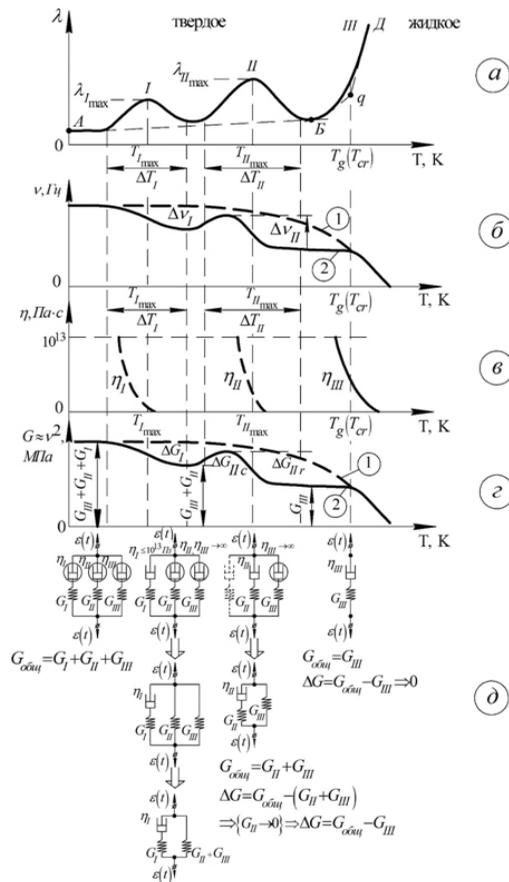


Рис. 2. Схематическое обобщение спектра внутреннего трения для пиков локальных диссипативных потерь. Построено на [1, рис. 2] и рис. 1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломовской В.А., Чугунов Ю.В., Шатохина С.А. Методика исследования внутреннего трения в режиме свободно затухающего колебательного процесса (часть 1) // Научное приборостроение. 2023. Т. 33, № 4. С. 60–71.
URL: <http://iairas.ru/mag/2023/full4/Art6.pdf>
2. Ломовской В.А. Проблемы структурообразования в дисперсных системах // Современные проблемы физической химии. М.: Изд. дом "Граница", 2005. С. 193–209.
3. Диткин В.А., Кузнецов П.И. Справочник по операционному исчислению. М.: Гостехтеориздат, 1951. 256 с.
4. Гольберг И.И. Механическое поведение полимерных материалов. М.: Химия, 1970. 156 с.
5. Постников В.С. Внутреннее трение в металлах. М.: Металлургия, 1969. 330 с.
6. Криштал М.А., Головин С.А. Внутреннее трение и структура металлов. М.: Металлургия, 1976. 376 с.
7. Мешков С.И. Вязкоупругие свойства металлов. М.: Металлургия, 1974. 192 с.
8. Внутреннее трение в металлах и сплавах. М.: Наука, 1970. 208 с.
9. Внутреннее трение в металлах, полупроводниках, диэлектриках и ферромагнетиках. М.: Наука, 1978. 240 с.
10. Гриднев С.А. Механизмы внутреннего трения в сегнетоэлектриках и сегнетоэластиках. Воронеж, 1983. 360 с.
11. Физическая энциклопедия / под ред. А.М. Прохорова. М.: Большая Российская энциклопедия, 1992.
12. Ломовской В.А. Структурные подсистемы и явления механической релаксации в неорганических стеклах // Неорганические материалы. 1999. Т. 35, № 3. С. 382–384.
13. Ломовской В.А. Спектры внутреннего трения и диссипативная подвижность элементов агрегатной и модифицирующих подсистем // Материаловедение. 2007. № 2. С. 3–10.
14. Ломовской В.А. Спектры внутреннего трения и диссипативная подвижность элементов агрегатной и модифицирующих подсистем // Материаловедение. 2007. № 3. С. 3–12.
15. Ломовской В.А. Спектры внутреннего трения и диссипативная подвижность элементов агрегатной и модифицирующих подсистем // Материаловедение. 2007. № 4. С. 3–11.
16. Ломовской В.А. Устройство для исследования локальных диссипативных процессов в твердых материалах различной химической природы, строения и структуры // Научное приборостроение. 2019. Т. 29, № 1. С. 33–46. URL: <http://iairas.ru/mag/2019/abst1.php#abst5>
17. Чудновский В.Г. Методы расчета колебаний и устойчивости стержневых систем. Киев: АН УССР, 1952. 416 с.
18. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.: Физматгиз, 1960. 194 с.
19. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1967. 420 с.
20. Писаренко Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала. Киев: Наукова думка, 1970. 380 с.
21. Светлицкий В.А., Стасенко И.В. Сборник задач по теории колебаний. М.: Высшая школа, 1973. 452 с.
22. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М.: Госстройиздат, 1960. 132 с.
23. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
24. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение, 1970. 732 с.
25. Тондл А. Нелинейные колебания механических систем. М.: Мир, 1973. 334 с.
26. Давиденков Н.Н. О рассеянии энергии при вибрациях // Журн. техн. физики. 1938. Т. 8, № 6. С. 483–499.
27. Луц Е.Б. О затухании крутильных колебаний // Прикл. матем. и мех. Новая серия. 1938. Т. 1, № 3. С. 331–370.
28. Корчинский И.Л. О внутреннем сопротивлении строительных материалов // Вестник инженеров и техников. 1938. № 2. С. 21–27.
29. Панов Д.Ю. О крутильных колебаниях стержня при наличии упругого гистерезиса // Прикл. матем. и мех. Новая серия. 1940. Т. 4, № 1. С. 65–78.
30. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания // Сборник ЦНИИПС "Исследования по динамике сооружений". М.: Госстройиздат, 1951. С. 5–90.
31. Пановко Я.Г. Об учете гистерезисных потерь в задачах прикладной теории упругих колебаний // ЖТФ. 1953. Т. 23, № 3. С. 486–497.
32. Писаренко Г.С. Определение параметров петли гистерезиса по логарифмическому декременту затухания свободных колебаний // Сб. трудов Института строительной механики АН УССР. 1951. Т. 15.
33. Гранато А., Люкке К. Дислокационная теория поглощения // Ультразвуковые методы исследования дислокаций. М.: ИЛ, 1963. С. 27–57.
34. Бугаев Н.М., Горшков А.А., Ломовской В.А., Фомкина З.И. Природа и возможные механизмы возникновения фона диссипативных потерь на спектрах внутреннего трения аморфных полимерных материалов // Тезисы докладов XXVI Международной конференции "Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций". Санкт-Петербург: "Айсинг" ИД "ФАРМиндекс", 2015. С. 346–348.
35. Ломовской В.А. Релаксационные явления в полиметилметакрилате // Тонкие химические технологии. 2015. Т. 10, № 3. С. 5–49. URL: https://www.finechemmirea.ru/jour/article/view/235?locale=ru_RU
36. Каргин В.А., Слонимский Г.Л. Краткие очерки по физикохимии полимеров. Издание второе. М.: Хмия, 1967. 232 с.
37. Валишин А.А., Горшков А.А., Ломовской В.А. Релаксационные процессы и их спектры в ликвирующих стеклах // Изв. РАН. МТТ. 2011. № 2. С. 169–182. URL: <https://mtt.ipmnet.ru/ru/Issues/2011/2/169>

38. *Постников В.С.* Температурная зависимость внутреннего трения чистых металлов и сплавов // Успехи физических наук. 1958. Т. 66, № 1. С. 43–77. DOI: 10.3367/UFNr.0066.195809b.0043

***Институт физической химии и электрохимии
им. А.Н. Фрумкина РАН, Москва***

Контакты: *Шатохина Светлана Александровна,*
svetlanka.mazurina@mail.ru

Материал поступил в редакцию 10.10.2023

METHODOLOGY FOR THE STUDY OF INTERNAL FRICTION IN THE MODE OF FREE DAMPED OSCILLATORY PROCESS. PART 2. THEORETICAL ANALYSIS OF EXPERIMENTAL RESULTS

V. A. Lomovskoy, Y. V. Chugunov, S. A. Shatokhina

Frumkin Institute of Physical Chemistry and Electrochemistry of RAS, Moscow, Russia

A theoretical analysis of the experimental results of studying the spectra of internal friction and temperature dependences of frequency for each dissipative process local in temperature, obtained in the mode of a freely damped oscillatory process excited in the studied systems of different chemical nature, composition, and structure, is presented.

Keywords: internal friction spectra, damped oscillatory process, structural-kinetic subsystems, standard linear body

REFERENCES

- Lomovskoy V.A., Chugunov Y.V., Shatokhina S.A. [Methodology for the study of internal friction in the mode of free damped oscillatory process (part 1)]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2023, vol. 33, no. 4, pp. 60–71.
URL: <http://iairas.ru/mag/2023/full4/Art6.pdf>
- Lomovskoy V.A. [Problems of structure formation in disperse systems]. *Sovremennye problemy fizicheskoi khimii* [Modern problems of physical chemistry]. Moscow, "Granitsa" Publ., 2005, pp. 193–209. (In Russ.).
- Ditkin V.A., Kuznetsov P.I. *Spravochnik po operatsionnomu ischisleniyu* [Operational calculus handbook]. Moscow, Gostekhteorizdat Publ., 1951. 256 p. (In Russ.).
- Gol'berg I.I. *Mekhanicheskoe povedenie polimernykh materialov* [Mechanical behavior of polymeric materials]. Moscow, Khimiya Publ., 1970. 156 p. (In Russ.).
- Postnikov V.S. *Vnutrennee trenie v metallakh* [Internal friction in metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1969. 330 p. (In Russ.).
- Krishtal M.A., Golovin S.A. *Vnutrennee trenie i struktura metallov* [Internal friction and structure of metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1976. 376 p. (In Russ.).
- Meshkov S.I. *Vyazkouprugie svoystva metallov* [Viscoelastic properties of metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1974. 192 p. (In Russ.).
- Vnutrennee trenie v metallakh i splavakh* [Internal friction in metals and alloys]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 208 p. (In Russ.).
- Vnutrennee trenie v metallakh, poluprovodnikakh, dielektrikakh i ferromagnetikakh* [Internal friction in metals, semiconductors, dielectrics and ferromagnets]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 240 p. (In Russ.).
- Gridnev S.A. *Mekhanizmy vnutrennego treniya v segnetoehlektrikakh i segnetoehlastikakh* [Mechanisms of internal friction in segmentoelectrics and segmentoelastics]. Voronezh, 1983. 360 p. (In Russ.).
- Prokhorov A.M., editor. *Fizicheskaya ehntsiklopediya* [Encyclopedia of Physics]. Moscow, Bol'shaya Rossiiskaya ehntsiklopediya Publ., 1992. (In Russ.).
- Lomovskoy V.A. [Structural subsystems and mechanical relaxation phenomena in inorganic glasses]. *Neorganicheskie materialy* [Inorganic Materials], 1999, vol. 35, no. 3, pp. 382–384. (In Russ.).
- Lomovskoy V.A. [Internal friction spectra and dissipative mobility of elements of aggregate and modifying subsystems]. *Materialovedenie* [Materials science], 2007, no. 2, pp. 3–10. (In Russ.).
- Lomovskoy V.A. [Internal friction spectra and dissipative mobility of elements of aggregate and modifying subsystems]. *Materialovedenie* [Materials science], 2007, no. 3, pp. 3–12. (In Russ.).
- Lomovskoy V.A. [Internal friction spectra and dissipative mobility of elements of aggregate and modifying subsystems]. *Materialovedenie* [Materials science], 2007, no. 4, pp. 3–11. (In Russ.).
- Lomovskoy V.A. [The device for researching of local dissipative processes in solid materials of various chemical origin, composition and structure]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2019, vol. 29, no. 1, pp. 33–46. (In Russ.). DOI: 10.18358/np-29-1-i3346
- Chudnovskii V.G. *Metody rascheta kolebanii i ustoichivosti sterzhnevnykh sistem* [Methods of calculation of vibrations and stability of rod systems]. Kyiv, AN USSR Publ., 1952. 416 p. (In Russ.).
- Panovko Ya.G. *Vnutrennee trenie pri kolebaniyakh uprugikh sistem* [Internal friction in oscillations of elastic systems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 194 p. (In Russ.).
- Panovko Ya.G., Gubanov I.I. *Ustoichivost' i kolebaniya uprugikh sistem* [Stability and oscillations of elastic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 420 p. (In Russ.).
- Pisarenko G.S. *Kolebaniya mekhanicheskikh sistem s uchetom nesovershennoi uprugosti materiala* [Vibrations of mechanical systems taking into account imperfect elasticity of material]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1970. 380 p. (In Russ.).
- Svetlitskii V.A., Stasenko I.V. *Sbornik zadach po teorii kolebanii* [Collection of problems on the theory of oscillations].

- tions]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1973. 452 p. (In Russ.).
22. Sorokin E.S. *K teorii vnutrennego treniya pri kolebaniyakh uprugikh sistem* [Toward a theory of internal friction in oscillations of elastic systems]. Moscow, Gosstroizdat Publ., 1960. 132 p. (In Russ.).
 23. Timoshenko S.P. *Kolebaniya v inzhenerenom dele* [Fluctuations in engineering]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 444 p. (In Russ.).
 24. Filippov A.P. *Kolebaniya deformiruemykh sistem* [Fluctuations of deformable systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 732 p. (In Russ.).
 25. Tondl A. *Nelineinye kolebaniya mekhanicheskikh sistem* [Nonlinear oscillations of mechanical systems]. Moscow, Mir Publ., 1973. 334 p. (In Russ.).
 26. Davidenkov N.N. [About energy dissipation at vibrations]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Applied Physics], 1938, vol. 8, no. 6, pp. 483–499. (In Russ.).
 27. Lunts E.B. [About damping of torsional vibrations]. *Prikladnaya matematika i mekhanika. Novaya seriya* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics. New Series], 1938, vol. 1, no. 3, pp. 331–370. (In Russ.).
 28. Korchinskii I.L. [On the internal resistance of building materials]. *Vestnik inzhenerov i tekhnikov* [Engineers and technicians review], 1938, no. 2, pp. 21–27. (In Russ.).
 29. Panov D.Yu. [On torsional vibrations of a rod in the presence of elastic hysteresis]. *Prikladnaya matematika i mekhanika. Novaya seriya* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics. New Series], 1940, vol. 4, no. 1, pp. 65–78. (In Russ.).
 30. Sorokin E.S. [Method of taking into account the inelastic resistance of the material when calculating structures for vibrations]. *Sbornik ZNIIPS "Issledovaniya po dinamike sooruzheniy"* [Collection TSNIIPS "Research on structural dynamics"], Moscow, Gosstroizdat Publ., 1951, pp. 5–90. (In Russ.).
 31. Panovko Ya.G. [On consideration of hysteresis losses in problems of the applied theory of elastic vibrations]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Applied Physics], 1953, vol. 23, no. 3, pp. 486–497. (In Russ.).
 32. Pisarenko G.S. [Determination of hysteresis loop parameters by logarithmic decrement of free oscillation damping]. *Sb. trudov Instituta stroitel'noy mekhaniki AN USSR* [Collection of articles of Institute of Construction Mechanics, Academy of Sciences of the Ukrainian SSR], 1951. Vol. 15. (In Russ.).
 33. Granato A., Lyukke K. [Dislocation theory of absorption]. Merkulov E.G., editor. *Ul'trazvukovye metody issledovaniya dislokatsii* [Ultrasonic methods of dislocations research], Moscow, IL Publ., 1963, pp. 27–57. (In Russ.).
 34. Bugaev N.M., Gorshkov A.A., Lomovskoi V.A., Fomkina Z.I. [Nature and possible mechanisms of dissipative loss background on internal friction spectra of amorphous polymeric materials]. *Tezisy dokladov XXVI Mezhdunarodnoi konferentsii "Matematicheskoe i kompyuternoe modelirovanie v mekhanike deformiruemykh sred i konstruktiv"* [Proc. XXVI Int. Conf. "Mathematical and computer modeling in mechanics of deformable media and structures"], Saint Petersburg, "Aising" ID "FARMindex", 2015, pp. 346–348. (In Russ.).
 35. Lomovskoy V.A. [Relaxation phenomena in poly(methyl methacrylate)]. *Tonkie khimicheskie tekhnologii* [Fine Chemical Technologies], 2015, vol. 10, no. 3, pp. 5–49. (In Russ.). URL: https://www.finechemmirea.ru/jour/article/view/235?locale=ru_RU
 36. Kargin V.A., Slonimskii G.L. *Kratkie ocherki po fizikokhimii polimerov. Izdanie vtoroe* [Short Essays on the Physicochemistry of Polymers. Second edition]. Moscow, Khimiya Publ., 1967. 232 p. (In Russ.).
 37. Valishin A.A., Gorshkov A.A., Lomovskoy V.A. [Relaxation Processes and Their Spectra in Liquating Glasses]. *Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids], 2011, no. 2, pp. 169–182. (In Russ.). URL: <https://mtt.ipmnet.ru/ru/Issues/2011/2/169>
 38. Postnikov V.S. [Temperature dependence of the internal friction of metals and alloys]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in physical sciences], 1958, vol. 66, no. 1, pp. 43–77. DOI: 10.3367/UFNr.0066.195809b.0043 (In Russ.).

Contacts: *Shatokhina Svetlana Aleksandrovna*,
svetlanka.mazurina@mail.ru

Article received by the editorial office on 10.10.2023

INTRODUCTION

Analysis of the spectra of internal friction $\lambda = f(T)$ and temperature dependences $\nu = f(T)$ of the frequency of a free-damped oscillatory process excited in the studied samples of different chemical nature, composition, and structure [1, Fig. 2] over a wide temperature range shows that internal friction as a dissipative process in its physical essence is a much deeper phenomenon that cannot be fully described within the framework of model concepts of a homogeneous solid body.

This depth is due to the fact that the spectra $\lambda = f(T)$ for any material (or condensed system) over a wide temperature range ($5 K \leq T \leq T_{decmp}$) represent a whole set of dissipative processes of varying intensity and belonging to different temperature ranges.

Each local dissipative process appears in the spectrum $\lambda = f(T)$ as a loss peak of varying intensity, and on the temperature dependence of the frequency $\nu = f(T)$ — in the form of the anomalous behavior of this dependence.

Thus, the response of the system under study to an external deforming influence requires consideration of dissipation processes as model representations of the atomic-molecular structure of the system under study. In this case, the entire system under study is a set of structural-kinetic subsystems that react quasi-independently to external influences. This effect simultaneously removes all structural elements (atomic-molecular formations or structural-kinetic subsystems) from the position of mechanical and thermodynamic equilibrium.

The reaction of each structural-kinetic subsystem at the same temperature, equal for all, will be different: from elastic (Hookean) to inelastic (Maxwellian), which is reflected in the dependences $\lambda = f(T)$ and $\nu = f(T)$ [2].

The internal friction method under consideration in the dynamic mode of a free damped oscillatory process excited in a homogeneous continuous medium and elastically responding to external influences under isothermal conditions ($T = \text{const}$), is based on the basic equation of motion:

$$\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} \right) = \partial_j \sigma_{ji}, \quad (1)$$

where ρ is the density of the medium; φ_i is the angle of twist of the sample; σ_{ij} are the components of the stress tensor, respectively, that arise in the material under study when it is deformed by an amount.

The solution to equation (1) is presented in the form [2]:

$$\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} \right) = \sum_{i=1}^n B_i \int_0^t \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial z^2} \exp \left[\frac{(t-t_0)}{\tau_i} \right] dt, \quad (2)$$

where z is the coordinate of the cross section of the sample; B_i is a positive constant that satisfies the

condition $\sum_{i=1}^n B_i = G$, where G is the shear modulus of

the entire system, consisting of n number of structural-kinetic subsystems; t is current time of the oscillatory process; t_0 is time of application of external twisting moment M_{ext} ; τ_i is the relaxation time of the i -th structural-kinetic subsystem.

Using the Laplace-Carson transform [3] allows us to obtain a solution that describes the process of damping the torsional vibrations of the sample under study relative to the equilibrium value of the angle $\varphi = 0$ at $t \geq t_0$ [1, Fig. 1, B].

In this case, the logarithmic decrement of the main (for a certain temperature) harmonic of the oscillatory process is determined. A change in temperature leads to a change in the fundamental harmonic, i.e., to a change in the predominant structural-kinetic subsystem (i -th subsystem) in a given temperature range, dominating in terms of dissipative ability. The logarithmic decrement of the oscillatory process excited in the system, consisting of n number of structural-kinetic subsystems, will be determined as:

$$\lambda = \pi \left\{ \left[\left(\frac{B_1}{G\omega\tau_1} \right) + \left(\frac{B_2}{G\omega\tau_2} \right) \right] + \sum_{i=1}^n \left(\frac{B_i}{G} \right) \left(\frac{\omega\tau_i}{1 + \omega^2\tau_i^2} \right) \right\}, \quad (3)$$

where ω is the circular (cyclic) frequency; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i$ are relaxation times for each i -th structural-kinetic subsystem; B_1, B_2, \dots, B_i are positive constants having the dimension of shear modulus [N/m^2] for each structural-kinetic subsystem.

According to Maxwell's phenomenological model concepts [4] and the basic principles of the theory of internal friction [5–10], the relationship between the increasing intensity of the internal friction background $\text{tg } \delta$, the logarithmic decrement λ of the oscillatory process, the circular frequency ω of this process and the relaxation time τ is determined by the ratio

$$\lambda = \pi \text{tg } \delta = \frac{\pi}{\omega\tau}. \quad (4)$$

The first two terms in relation (3) are associated with the background of internal friction of the spec-

trum $\lambda = f(T)$, and the third term of this relation — with loss peaks superimposed on the background. In the model representation, relation (3) can be presented in the form of a generalized Maxwell model with branches that degenerate with temperature changes [2]; the third term in relation (3) can be written in the model representation of a standard linear body [5]:

$$\lambda_i = 2\lambda_{i\max} \frac{\omega\tau_i}{1 + \omega^2\tau_i^2}, \quad (5)$$

where $\lambda_{i\max}$ is the maximum value of the logarithmic decrement in the internal friction spectrum $\lambda = f(T)$ for each peak of dissipative losses [1, Fig. 2, a].

The relaxation time for the elementary Maxwell model is related to the physical and mechanical characteristics of the system under study and depends on temperature:

$$\tau = \frac{\eta}{G} = \tau_0 \exp \frac{U}{RT}, \quad (6)$$

where G is the elasticity (shear) modulus; τ_0 is pre-exponential coefficient; U is activation energy of the process; T is temperature; R is universal gas constant.

In this case, the background of internal friction (relationship (3)) and the peak of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$ (relationship (5)) will depend on the temperature.

Relations (1)–(6) can qualitatively represent the entire spectrum of internal friction in its temperature-frequency dependence and are applicable both for amorphous glassy and crystalline systems, and for liquid (glass-forming and crystallizing) systems.

In addition to these provisions, it should be noted that the shear modulus G is, although weak, a temperature-dependent characteristic, i.e. $G = f(T)$.

Studies of internal friction of single-crystal systems [1, Fig. III] show: there is an increasing background and a monotonic decrease in the shear modulus, which, according to theoretical calculations, is $\approx 2 \div 4\%$ for every 100 degrees of temperature [11] in the spectra of internal friction.

The decline in shear modulus intensifies in the region of melting (crystallization) temperatures for crystalline systems or in the region of glass transition temperatures for amorphous systems.

However, for these same crystalline systems, being in a polycrystalline structural state, the resulting peak of dissipative losses (one of the components of the third term of relation (3)) is superimposed on the background of internal friction at temperatures lower than the crystallization temperature ($T < T_{cr}$).

It should be noted that the temperature dependence of the shear modulus in the same temperature range begins to show an anomalous deviation of the modulus values G from the smoothly monotonic temperature dependence $G = f(T)$.

These changes in the spectra $\lambda = f(T)$ and dependencies $G = f(T)$ occurred as a result of changes in the internal structure of the corresponding subsystems, built from the same structural elements as the corresponding single crystals.

Studies of dependencies for amorphous systems also reveal similar effects [1, Fig. II2–II4].

CUMULATIVE ACTION ANALYSIS STRUCTURAL AND KINETIC COMPONENT SUBSYSTEMS

Everything discussed above provides the basis to take into account not only the temperature and frequency but also the atomic-molecular structure of the system under study when conducting a deep theoretical analysis of the reaction of the materials (systems) in dynamic modes of freely damped oscillatory processes excited in them. The system under study itself is presented as a set of structural-kinetic (atomic-molecular) subsystems with different physical-mechanical and physical-chemical characteristics, quasi-independently reacting to the same external influences, which remove all elements of these subsystems from a state of mechanical and thermodynamic equilibrium [12].

Let us consider the case when the sample of the material under study consists of three structural subsystems (for example, subsystem I — of links of a chain of macro-polymer molecules, subsystem II — of segments of this chain and subsystem III — of supra-molecular formations).

The differential equation in Maxwell's model representation for this system will have the form:

$$\dot{\sigma} + \frac{G_I}{\eta_I}\sigma + \frac{G_{II}}{\eta_{II}}\sigma + \frac{G_{III}}{\eta_{III}}\sigma = (G_I + G_{II} + G_{III})\dot{\gamma}, \quad (7)$$

where $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$ is the rate of change of voltage

throughout the system; $\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$ is the rate of change of

shear strain; σ is sample voltage; η_I , η_{II} and η_{III} are the dissipative (viscosity) parameters of subsystems I, II and III; G_I , G_{II} and G_{III} are the shear moduli of subsystems I, II and III.

In this case, the reaction of the subsystem that forms the background of internal friction in the spectrum can be neglected, accepting it as a purely elastic

Hookean reaction devoid of inelastic properties. It should be noted that this assumption is only qualitative because the background value has a certain value even at cryogenic temperatures, which indicates that the loss background in the spectrum is also a dissipative process of manifestation of inelasticity, albeit with an infinitely long relaxation time, which will be discussed below.

The solution to equation (7) is the relation [2]:

$$\sigma(t) = G_I \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_I}\right] + G_{II} \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_{II}}\right] + G_{III} \gamma_{\max} \exp\left[-\frac{t}{\tau_{III}}\right], \quad (8)$$

where t is time, s, [1, Fig. 1].

In this case, there are three relaxation times, i.e., each structural-kinetic subsystem is characterized by its own relaxation characteristics:

$$\tau_I = \frac{\eta_I}{G_I}; \quad \tau_{II} = \frac{\eta_{II}}{G_{II}}; \quad \tau_{III} = \frac{\eta_{III}}{G_{III}}. \quad (9)$$

Relation (8) can be transformed into the form:

$$G(t)_r = \frac{\sigma(t)}{\gamma_{\max}} = G_I \exp\left(-\frac{G_I t}{\eta_I}\right) + G_{II} \exp\left(-\frac{G_{II} t}{\eta_{II}}\right) + G_{III} \exp\left(-\frac{G_{III} t}{\eta_{III}}\right), \quad (10)$$

where $G(t)_r$ is the relaxing shear modulus.

Considering that each elementary phenomenological model of Maxwell is characterized by its own relaxation function, which has the form in the static isothermal mode of external influence

$$\varphi_i(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \equiv \exp\left(-\frac{G_i t}{\eta_i}\right), \quad (11)$$

we can assume that the general relaxation process of the entire three-component system will be determined by the relation

$$\varphi_i(t) = \varphi_I(t) + \varphi_{II}(t) + \varphi_{III}(t), \quad (12)$$

and the relaxing module by the relation:

$$G(t)_r = G_I \varphi_I(t) + G_{II} \varphi_{II}(t) + G_{III} \varphi_{III}(t). \quad (13)$$

It should be noted that the relaxation time of τ_I , τ_{II} , and τ_{III} of each structural-kinetic subsystem depends on the temperature of the study; therefore, taking into account the structural difference of subsystems I, II and III, each subsystem will be characterized by its

temperature dependence of the relaxation time $\tau_i = f(T)$, and, consequently, by its physical-mechanical and physical-chemical characteristics (activation energy U_i ; type of relaxation function $\varphi_i(t)$; relaxation time τ_i ; pre-exponential coefficient τ_0 , etc., relations (6) and (11).

In this case, at certain research temperatures (for example, temperature $T_{I_{\max}}$ [1, Fig. 2]), the relaxation time of one structural-kinetic subsystem (for example, subsystem I) can be significantly less than the relaxation time of the second structural-kinetic subsystem at the same temperature $T_{I_{\max}}$ (qualitatively the temperature dependence of the relaxation time is consistent with the temperature dependence of the viscosity of one or another structural subsystem [1, Fig. 2, b]), i.e.:

$$\tau_{I_{T_i}} \ll \tau_{II_{T_i}} \ll \tau_{III_{T_i}}. \quad (14)$$

In Fig. 1a, 4 models of the system under study are presented for the temperature ranges:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \text{--- } T < T_{I_{\max}}; & \textcircled{3} & \text{--- } T \approx T_{II_{\max}}; \\ \textcircled{2} & \text{--- } T \approx T_{I_{\max}}; & \textcircled{4} & \text{--- } T \approx T_{III_{\max}} \end{aligned}$$

and their transformations Fig. 1, b, b; [1, Fig. 2].

Fig. 1. Schematic generalization and theoretical analysis of the corresponding phenomenological model concepts for each of the 4 temperature ranges of the spectrum from [1, Fig. 2]

In the Appendix, a general diagram is given in Fig. II.

In the temperature range $T < T_{I_{\max}}$ of the spectrum $\lambda = f(T)$ [1, Fig. 2, a] there is a background of internal friction, in the formation of which all three structural-kinetic subsystems take an elastic part: I, II, III.

All dissipative (inelastic) processes in these subsystems are negligibly small, therefore, these subsystems will be characterized by the value of "frozen" viscosity η_i^* (indicated in Figs. 1 and 2 by the symbol



In the temperature region $T \approx T_{I_{\max}}$ of the spectrum $\lambda = f(T)$, peak I of dissipative losses begins to appear [1, Fig. 2, a], which indicates the manifestation of inelastic local mobility of elements of the first structural-kinetic sub-system, i.e. the viscosity value of this subsystem η_I (indicated in Fig. 1 by a symbol

ranges of the peaks of dissipative losses $\lambda_{t_{\max}}$ in the spectrum $\lambda = f(T)$ [1, Fig. 2, a].

These anomalies are contained in deviations (to one degree or another) from the theoretical curve $v_{meop} = f(T)$ (dashed line ① [1, Fig. 2, b]), calculated from the temperature dependence of the elastic modulus $G_{meop} = f(T)$ [1, Fig. 2, r] (dashed line).

The calculation of the theoretical dependence $v = f(T)$ was carried out in accordance with the provisions of solid state physics [11], according to which the elastic modulus of the system under study should decrease by (2÷4)% with an increase in temperature by 100 degrees to the temperature of transition of the system from solid into a liquid state of aggregation, i.e., in the temperature range $\sim 10 \text{ K} < T < T_g$ the dependence $G = f(T)$ is assumed to be linear.

For dynamic modes of studying various materials in a solid state of aggregation, there is a relationship between the elastic modulus of the material and the frequency of the oscillations excited in the sample under study [16]:

$$G = f(I, v, T) \Rightarrow G \approx (Iv^2)_T, \quad (19)$$

where I is the moment of inertia of the sample under study.

Thus, the elasticity (shear) modulus depends not only on temperature but also on frequency (provided $I = \text{const}$), i.e.

$$\Delta G(T, v) = \Delta v^2(T) \quad (20)$$

the temperature change in frequency makes it possible to determine the temperature change in the shear modulus, which can theoretically be presented in the form of dashed lines ① of the dependences in [1, Fig. 2, 6] and [1, Fig. 2, r].

The anomaly of the experimental results $v = f(T)$ and, therefore, $G = f(T)$ manifested in different temperature ranges of the spectrum $\lambda = f(T)$ can be described by introducing the concept of modulus defect ΔG [16]:

$$\Delta G = \frac{G_0(T_0) - G_i(T_i)}{G_0(T_0)} = \frac{v_0^2(T_0) - v_i^2(T_i)}{v_0^2(T_0)}. \quad (21)$$

The nature of the deviations (anomaly) $\Delta v^2(T)$, and therefore, and $\Delta G(T)$ for various local temperature sections of the spectrum $\lambda = f(T)$ in one system under study can be different, depending on the structural atomic-molecular formations in each structural-kinetic subsystem. That is, the anomaly values can be

in the form $\Delta v^2 > 0$ and $\Delta G > 0$, as well as in the form $\Delta v^2 < 0$ and $\Delta G < 0$ (subject to an increase in the temperature of the system under study).

The difference in the signs of the module defect ΔG allows us to carry out a conditional classification of local dissipative processes in the corresponding temperature ranges of the internal friction spectrum $\lambda = f(T)$:

$$\begin{cases} (\Delta v^2 > 0; \Delta G > 0)_{+T} \rightarrow \text{relaxation. mech.}, \\ (\Delta v^2 < 0; \Delta G < 0)_{+T} \rightarrow \text{phase mech.}, \\ (\Delta v^2 \approx 0; \Delta G \approx 0)_{+T} \rightarrow \text{hysteresis. mech.}, \end{cases} \quad (22)$$

where $+T$ is an index indicating heating; mech. is mechanism.

In the case of cooling the picture will be the opposite.

Thus, the peaks of dissipative losses can have relaxation or phase mechanisms of internal friction, and the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$ has a hysteresis mechanism of internal friction up to temperatures $T \ll T_g$.

BACKGROUND OF DISSIPATIVE LOSSES IN THE SPECTRUM $\lambda = f(T)$

The process of background formation can be classified as an inelasticity phenomenon of the hysteresis type [17–34] due to the presence of a non-zero loss background $\lambda_{\text{phon}} \neq 0$, having a significantly lower intensity than the loss peaks superimposed on this background ($\lambda_{\text{max phon}} \ll \lambda_{t_{\max}}$) in the spectra $\lambda = f(T)$.

The manifestation of hysteresis-type inelasticity phenomena, as a rule, is observed in modes of external deforming influence, when the stresses σ arising in the samples of the systems under study do not exceed the elastic limit σ_{ynp} :

$$\sigma_{np} \leq \sigma \leq \sigma_{ynp}, \quad (23)$$

where σ_{np} is the limit of proportionality, the Hookean instantaneously unambiguous (time-independent) relationship (stress - strain) ($\sigma - \gamma$); σ_{ynp} — elastic limit (elastic-viscous inelastic relationship " $\sigma - \gamma = f(t)$).

In the stress range (23), the system's response to an external deforming influence, which removes this system from the mechanical state and thermodynamic equilibrium, can be described by the phenomenological Kelvin-Voigt model [4]:

$$\sigma = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (24)$$

However, under voltages, $\sigma < \sigma_{np}$ the intensity of the background of dissipative losses does not tend to zero, but practically does not change, which indicates a certain global dissipativity of the system's response to external influences throughout the entire temperature range of existence of the condensed state of this system.

This is a deviation from the Hookean reaction

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = f(\gamma), \\ \gamma_{ocm} = 0, \\ \sigma \neq f(t), \\ \gamma \neq f(t) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{instant one-to-one matching} \\ \text{"}\sigma - \gamma\text{"}, \end{array} \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = f(\gamma), \\ \gamma_{ocm} = 0, \\ \sigma = f(t), \\ \gamma = f(t) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{non-instant (time-drawn-out)} \\ \text{matching "}\sigma - \gamma\text{"} \end{array} \quad (26)$$

is recorded on the diagram " $\sigma - \gamma$ " in the form of ellipsoidal hysteresis loops, where the area of the hysteresis loop determines the dissipative losses in the system under study.

In the formation of the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$, structural and kinetic elements of all subsystems take part: both aggregate and a number of modifying subsystems [12].

The contribution of each of these subsystems to the background formation depends on temperature and may be insignificant in intensity, but the total contribution will determine the overall background intensity in the spectrum [1, Fig. 2, a).

Thus, each structural-kinetic subsystem will have its own hysteresis loop ellipse of a certain area, which characterizes the dissipative contribution of this subsystem to the intensity of the general background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$ [2].

Structural-kinetic subsystems can be formed by various atomic-molecular formations of the system under study. For example, for crystalline low-molecular systems, structural-kinetic subsystems can be formed by dislocations or point defects (interstitial atoms, substitution atoms, etc.). The process of interaction of these elements, when they strive to occupy energy positions that are more favorable for given conditions when the temperature-frequency regimes of external influence change, leads to opposition from elements of other subsystems, the energy positions of which do not yet allow such transitions [13–15]. In

particular, the process of interaction between oscillating dislocation formations of the structure with point defects can be represented as a process of interaction of one structural-kinetic modifying subsystem with another one, what will appear as a dislocation contribution to the intensity of the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$. This process is characterized as a hysteresis mechanism of internal friction in the formation of a background in the spectrum $\lambda = f(T)$.

Despite the qualitative simplicity of the justification for the appearance of a dissipative loss background in the internal friction spectrum $\lambda = f(T)$, a quantitative description of the temperature, frequency, and amplitude dependences of dissipative losses for this background is a complex problem that requires a large array of experimental data.

It should be noted that similar studies began in works [17–32], in which the system under study was considered within the framework of phenomenological models of a homogeneous continuous solid body.

In later works, the hysteresis mechanism for the formation of a background of dissipative losses in the spectra of internal friction is considered on the basis of model concepts of the atomic-molecular structure of the materials under study [10, 33–35].

The reaction of the system under study, as a continuous homogeneous solid body, in accordance with conditions (26), when the viscosity η^* of this system $\eta^* \gg 10^{14} \text{ Pa s} \rightarrow \infty$ (η^* is the viscosity of the "frozen" subsystem) [1, Fig. 2, b], and there are dissipative phenomena in this system, i.e., $\Delta W \neq 0$ does not allow direct use of the Kelvin–Voigt and Maxwell model concepts in the description of this reaction (due to the condition $\eta^* \rightarrow \infty$) [4]. In this case, it is necessary to accept the hypothesis that it is possible to phenomenologically describe dissipative hysteretic phenomena under conditions (26) in the case when the phenomenological model of each structural-kinetic subsystem is considered a quasi-elastic model, including three components (Fig. 2):

1) element of frozen viscosity of the entire system under study $\eta^* \gg 10^{14} \text{ Pa s} \rightarrow \infty$;

2) shear modulus G_i (different for each subsystem);

3) local dissipative element $r_i \neq 0$, different for different structural-kinetic subsystems at $\sigma < \sigma_{np}$.

Fig. 2. Phenomenological model for describing the hysteresis mechanism of internal friction, manifested in the spectra $\lambda = f(T)$ as a background of dissipative losses

The dissipative element r_i is connected in parallel with the elastic element G_i , which allows us to consider the hysteresis mechanism of internal friction and the absence of residual deformations in the entire system $\gamma_{ocm} = 0$.

A model of this type was proposed by Academician Kargin when describing the deformations of flexible elastic polymers consisting of long chains of macromolecules [36].

The dissipative element r_i can be taken as a characteristic force of internal inelastic resistance $\overline{F_{r_i}}$, which counteracts any movement of the elements of the i -th structural-kinetic subsystem.

It is this force $\overline{F_{r_i}}$ that causes the appearance of an elliptical hysteresis loop with a girth of area $S_{zucm} = \Delta W_0$ equal to the amount of dissipated energy ΔW_T during one period of the oscillatory process at $\sigma < \sigma_{np_i}$, where σ_{np_i} is the limit of proportionality of i -th the structural-kinetic subsystem.

Two theories have been proposed to determine force $\overline{F_{r_i}}$ [17–32]:

1) the force F_{r_i} depends on the speed (frequency ω) of deformation $\dot{\gamma}$, i.e.; $F_{r_i} = f(\dot{\gamma})$,

2) the force F_{r_i} depends on the amplitude of the deformation γ_{\max} (φ_{\max}) of the oscillatory process, i.e. $F_{r_i} = f(\gamma_0)$, or $F_{r_i} = f(\varphi_0)$, where φ_{\max} is the amplitude angle of the deformation shift.

The frequency dependence $F_{r_i} = f(\omega)$ considers both a linear relationship and a nonlinear relationship between the force of local inelastic resistance F_{r_i} of the elements of the i -th structural-kinetic subsystem and the frequency of the oscillatory process excited both in the i -th subsystem and in the entire system as a whole.

The amplitude dependence $F_{r_i} = f(\varphi_{\max})$ also considers two directions: linear and nonlinear dependencies.

With a free-damped oscillatory process excited in samples of the system under study, the frequency range is from 10^{-1} Hz up to ~ 10 Hz for given geometric dimensions of samples for the device [16], therefore, the main attention in this case is paid to fulfilling the condition $\gamma_{\max} = \text{const}$, i.e., $\varphi_{\max} = \text{const}$ and fulfilling the condition of amplitude-independent internal friction for each i -th subsystem:

$$\begin{cases} \sigma < \sigma_{np_i}, \\ \lambda_i \neq f(\varphi_{\max}), \end{cases} \quad (27)$$

where σ_{np_i} is the limit of proportionality of the i -th structural-kinetic subsystem included in the general system of the material under study.

Thus, all structural-kinetic subsystems of the system under study contribute to the formation of the background of internal friction.

The contribution of each subsystem to the background is different and is determined by the temperature of the study, therefore, the most stable and relatively constant in a wide temperature regime of the study $\lambda = f(T)$ is the background of internal friction of the aggregate form-building subsystem [13–15].

The background of internal friction for a system consisting of one structural-kinetic subsystem, which in this case is aggregate, and a form-generating subsystem, for example, for defect-free single-crystal systems [1, Fig. 2, a; Fig. П1], consists of two temperature regions:

1 — linear dependence on temperature, АБ region [1, Fig. 2, a];

2 — nonlinear dependence on temperature, БД region [1, Fig. 2, a].

In this case, studies of the spectra of internal friction in a wide temperature range must be carried out in such modes as to minimize the influence of the frequency-dependent component of internal friction and the amplitude-dependent component with the fulfillment of relations (27).

The modes of frequency-independent (FIIF) and amplitude-independent internal friction (AIIF) in this method are used to create conditions for the non-destruction of structural-kinetic subsystems formed in the system and the possibility of correct use of the relationships between phenomenological model concepts and provisions of the Boltzmann – Volterra theory of linear viscoelasticity [37].

It should be noted that even the fulfillment of the conditions of FIIF and AIIF is not an obstacle to changing the mechanism of internal friction of the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$:

– the internal friction mechanism is hysteresis up to the glass transition T_g or crystallization T_{cr} temperatures of the aggregate structural-kinetic subsystem ([1, Fig. 2, a, — АБ section);

– above temperatures $T > T_g$ or $T > T_{cr}$ the mechanism of internal friction changes from a hysteresis-type FIIF to a relaxation mechanism with frequency dependence and fulfillment of the conditions of the principle of temperature-time superposition.

So, the hysteresis mechanism of internal friction, determined from the temperature spectra of internal friction $\lambda = f(T)$ in the temperature range up to tem-

peratures $\dot{T} \leq T_g$ or $T \leq T_{cr}$ (where T_g or T_{cr} are the temperatures of change in the aggregate state of the entire system or aggregate form-generating subsystem), is amplitude- and frequency-independent in the research mode by the method of a free-damped oscillatory process in the frequency range from $\sim 10^{-1}$ Hz to 10 Hz when voltages appear in the sample and are less than the limit of proportionality σ_{np} , the hysteresis mechanism characterizes the background of dissipative losses in the spectrum ([1, Fig. 2, a] — section AB).

In the region of the hysteresis mechanism of the background of internal friction in the spectrum $\lambda = f(T)$, the temperature change in the frequency of the free-damped oscillatory process excited in the sample occurs monotonically without anomalies and amounts to $\sim (2 \div 4)\%$ for every 100 degrees of temperature.

In the temperature range $T > T_g$ or $T > T_{cr}$ the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$ of a defect-free single-crystal system begins to increase sharply ([1, Fig. 2, a] — solid line).

A similar change in the background of dissipative losses in the spectrum $\lambda = f(T)$ is also characteristic of the aggregate form-generating subsystem of a multicomponent system ([1, Fig. 2, a] — БД section).

If for this temperature range of the spectrum ([1, Fig. 2, a] — БД section) we consider the sweep of the oscillatory process [1, Fig. 1, Б], then in the coordinates " $\sigma - \gamma$ " there will be a set of open elliptic curves (Fig. 3).

Fig. 3. A system of elliptical open loops characterizing dissipative losses for each period of a damping oscillatory process excited in the system under study

When theoretically analyzing this phenomenon from an energy perspective, it follows that the potential energy of the system during the period of the oscillatory process ([1, Fig. 1, г]; Fig. 3) is determined by the relation:

$$U_i = G \frac{\gamma_i^2}{2}. \quad (28)$$

For the $(i+1)$ -th period, potential energy is:

$$U_{(i+1)} = G \frac{\gamma_{(i+1)}^2}{2}. \quad (29)$$

The considered damped oscillatory process (Fig. 3) from an energy point of view is determined by the energy value U imparted to the system in each period

of the oscillatory process, and the value of U is determined by the area of the ellipsoidal loop of each oscillation.

To determine U_i of each period of the oscillatory process (i.e., loop area of the hysteresis curve (" $\sigma - \gamma$ ") _{i}), the following assumptions must be made:

- 1) the openness of the hysteresis loss loop for each i -th oscillation period can be neglected;
- 2) the decrease in amplitude $\Delta\gamma$ is significantly less than the magnitude of the amplitudes themselves $\gamma_i, \gamma_{(i+1)}, \dots$ for each period of the oscillatory process:

$$\Delta\gamma \ll \gamma_i \ll \gamma_{(i+1)} \ll \dots \quad (30)$$

Thus, the difference ΔU between the periods of the oscillatory process will correspond to the amount of energy dissipated during the period, i.e.,

$$\Delta U = U_i - U_{(i+1)} = \frac{G}{2} (\gamma_i^2 - \gamma_{(i+1)}^2) \approx G (\gamma_i \cdot \Delta\gamma_i). \quad (31)$$

The area of the open hysteresis loop corresponding to the amplitude is determined by the relation [18–20]:

$$S_i = 2k R_i \gamma_i, \quad (32)$$

where k is the loop shape coefficient; $2 R_i$ — the largest width of the hysteresis loop.

The shape factor is determined by the relationship [18–27]:

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{\gamma_i} \right)^2}. \quad (33)$$

If we assume that the force F_r of inelastic resistance of the material of the system under study is proportional to the width of the loop R_i for the n -th degree of amplitude γ_i , then:

$$F_{r_i} \sim R_{0_i} \propto (\gamma_i)^n = b (\gamma_i)^n, \quad (34)$$

where R_{0_i} is the initial half-width of the hysteresis loop, b is the coefficient, and \propto is the proportionality symbol.

From relations (32) and (34) it follows:

$$S_i = 2k b (\gamma_i)^{n+1}. \quad (35)$$

Thus, from relations (31) and (35) it follows:

$$\begin{aligned} \Delta U_i = S_i &\Rightarrow G (\gamma_i \cdot \Delta\gamma_i) = 2k b (\gamma_i)^{n+1}, \\ \Delta\gamma_i &= \frac{2k b (\gamma_i)^{n+1}}{G \gamma_{\max}} = a (\gamma_i)^n, \end{aligned} \quad (36)$$

where $a = \frac{2k b}{G}$ is the stiffness characteristic of the sample.

It follows from relation (36) that if the inelastic resistance force F_r is small and proportional to the n -th power of the deformation amplitude (relation (34)), then the decrease in the deformation amplitude $\Delta\gamma_i$ is also proportional to the n -th power of the amplitude $(\gamma_i)^n$.

If we consider the differential equation of the envelope of a damped oscillatory process ([1, Fig. 1, B, r, d], dashed line)

$$\Delta\gamma_i = -\theta \frac{d\gamma_i}{dt}, \quad (37)$$

where θ is the period of oscillation, then this equation, taking into account relation (36) can be presented as:

$$a(\gamma_i)^n = -\theta \frac{d\gamma_i}{dt}. \quad (38)$$

Integrating equation (38) using the method of separation of variables and the condition $n \neq 1$, we obtain the relation:

$$\frac{(\gamma_i)^{(1-n)}}{1-n} = -\frac{at}{\theta} + C. \quad (39)$$

The integration constant C in equation (39) is determined under the initial conditions

$$\begin{cases} t = 0, \\ \gamma_i = \gamma_{\max} \end{cases} \Rightarrow C = \frac{(\gamma_{\max})^{(1-n)}}{1-n}. \quad (40)$$

Thus:

$$\frac{(\gamma_i)^{(1-n)}}{1-n} = -\frac{at}{\theta} + \frac{(\gamma_{\max})^{(1-n)}}{1-n}. \quad (41)$$

The equation for the sweep envelope of a damped oscillatory process is determined as:

$$\gamma_i = \frac{\gamma_{\max}}{\sqrt[(n-1)]{1 + \frac{(n-1)}{\theta} a (\gamma_{\max})^{(n-1)} t}}. \quad (42)$$

For the case $n = 1$, equation (38) takes the form:

$$\begin{aligned} a(\gamma_i) &= -\theta \frac{d\gamma_i}{dt} \Rightarrow \frac{d\gamma_i}{dt} = -\frac{a(\gamma_i)}{\theta} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{d\gamma_i}{\gamma_i} = -\frac{a}{\theta} dt \Rightarrow \ln \gamma_i = -\frac{a}{\theta} t + C, \end{aligned} \quad (43)$$

where the constant of integration C is determined as:

$$\begin{cases} t = 0, \\ \gamma_i = \gamma_{\max} \end{cases} \Rightarrow C = \ln \gamma_{\max}. \quad (44)$$

Thus, it follows from relations (43) and (44):

$$\begin{aligned} \ln \gamma_i &= -\frac{t}{\theta} a + \ln \gamma_{\max} \Rightarrow \ln \frac{\gamma_i}{\gamma_{\max}} = -\frac{t}{\theta} a \Rightarrow \\ &\Rightarrow \gamma_i = \gamma_{\max} e^{-\frac{t}{\theta} a}. \end{aligned} \quad (45)$$

Relationship (45) is the relaxation function of the viscoelastic response of Maxwell's phenomenological model, where the relaxation time coincides with the period of the oscillatory process, i.e., $\tau \equiv \theta$ [4].

Thus, the background of internal friction at temperatures $T \gg T_g$ or $T \gg T_{cr}$ can be described within the framework of the Boltzmann-Volterra inelasticity theory as a viscoelastic relaxation process.

Simultaneously with the increase in the intensity of the background of dissipative losses in the spectrum in the same temperature range, a deviation from the theoretical curves is observed in the dependences of the shear modulus and the frequency of the oscillatory process ([1, Fig. 2, b, r]).

This deviation is characterized by a module defect (relationship (21) and is a relaxation module $G(t)_r$, described by relationship (13) with a simple fractional-exponential relaxation function $\varphi_i(t)$ — a Maxwellian exponential, similar to the exponential function of changing the envelope sweep of a damped oscillatory process.

CONCLUSION

A method is presented for theoretical analysis of the physicochemical and physicochemical characteristics of various dissipative processes manifested in the spectra of internal friction and temperature-frequency dependencies, using the concept of the material under study as a set of quasi-independent structural-kinetic subsystems that collectively make up the system under study.

APPENDIX

Fig. II. Schematic generalization of the internal friction spectrum for peaks of local dissipative losses. Built on [1, Fig. 2] and Fig. 1