
**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРИБОРОСТРОЕНИИ**

УДК 621.391

© А. А. Гавришев, 2023

**К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГИПЕРХАОТИЧЕСКИХ
СИГНАЛОВ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ
В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ**

Проведены исследования использования гиперхаотических сигналов (ГС), сформированных с помощью различных генераторов ГС (система для ГС Лоренца, система для ГС Лю, комплексная система для ГС, мемристорная система для ГС), для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи. Проведена оценка их свойств с помощью показателей BDS-статистики и пик-фактора. В результате проведенных исследований установлено, что исследуемые ГС, за исключением сформированных на основе гиперхаотической мемристорной системы, в целом обладают приемлемым значением BDS-статистики, характеризующимся значительно большей скрытностью от постороннего наблюдателя, чем классические хаотические сигналы, и пик-фактора. Проведенный анализ показывает, что ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лю, являются наиболее подходящими из рассматриваемых для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи, т.к. их значение BDS-статистики ближе других находится к белому шуму и пик-фактор обладает приемлемым значением. Проведенные исследования позволяют дополнить и расширить знания о ГС для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи. Основываясь на указанных результатах и выводах из известных работ, авторы считают целесообразным использовать их для обозначенных целей наряду с другими широко распространенными методами.

Кл. сл.: генератор, гиперхаотические сигналы, системы связи, скрытность, надежность

ВВЕДЕНИЕ

В современной литературе по нелинейной динамике широко используется понятие гиперхаотических сигналов (ГС), формируемых на основе n -мерных дифференциальных уравнений ($n \geq 4$) и обладающих более сложными нерегулярными аттракторами, чем хаотические сигналы (ХС), формируемые на основе трехмерных дифференциальных уравнений [1, 2]. ГС — это класс сигналов, особенностью которых является наличие более одного положительного показателя Ляпунова, что указывает на растяжение аттрактора в нескольких направлениях. Высокорамерные ГС перспективны для скрытной передачи данных в системах радиосвязи, т.к. в них по сравнению с обычными ХС заложены более высокая непредсказуемость и "случайность" [1–8]. Исходя из этого, проведение исследований в указанной области является актуальным.

Проанализируем литературу, в которой исследуются вопросы использования ГС для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи.

Так, в работе [3] проводятся исследования двоичных гиперхаотических расширяющих последо-

вательностей. Проведен расчет их корреляционных характеристик и помехоустойчивости в канале связи с белым шумом. Полученные результаты показывают, что последовательности указанного типа являются более эффективными, чем бинарные хаотические расширяющие последовательности при их использовании для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи.

В работах [4, 5] спроектирована и экспериментально реализована система передачи данных с использованием ГС, которые предлагается применять для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи.

В работе [6] предложен новый алгоритм для формирования двоичных гиперхаотических расширяющих последовательностей, основанный на клеточной нейронной сети CNN шестого порядка. Проанализированы свойства этих последовательностей по их P -значениям и корреляционной функции. Результаты проведенных исследований показывают, что сформированные двоичные гиперхаотические расширяющие последовательности обеспечивают более высокую скрытность и надежность передачи данных в системах радиосвязи, чем m -последовательности, и имеют схожие характеристики с последовательностями Голда.

В работе [7] предлагается новый генератор бинарных расширяющих последовательностей, построенный на основе ГС. Установлено, что получаемые с помощью предлагаемого генератора расширяющие последовательности являются более эффективными по сравнению с классическими бинарными расширяющими последовательностями и характеризуются по сравнению с ними более хорошими корреляционными свойствами, отсутствием периода повторения, повышенной скрытностью и надежностью передачи данных в системах радиосвязи.

В работе [8] проведена оценка ХС, формируемых на основе трехмерных дифференциальных уравнений, и ГС, формируемых на основе четырехмерных дифференциальных уравнений, для обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи. В результате проведенных исследований установлено, что ГС, формируемые на основе четырехмерных дифференциальных уравнений, обеспечивают большую скрытность, чем ХС, формируемые на основе трехмерных дифференциальных уравнений. Однако при практической реализации на ПЛИС они медленнее и используют значительно больше аппаратных ресурсов. Сравнительный анализ на основе интегральной оценки, проведенный авторами данной работы, показал, что ХС, формируемые на основе трехмерных дифференциальных уравнений, в целом являются более эффективными, по сравнению с ГС, формируемыми на основе четырехмерных дифференциальных уравнений.

Как видно из приведенного анализа, ГС достаточно активно исследуются специалистами, которые в первую очередь обращают внимание на такие их показатели оценки качества (ПК), как по-

ложительные показатели Ляпунова, P -значения, период повторения, корреляционные свойства, помехоустойчивость, требуемые аппаратные ресурсы и некоторые другие. Исследования, проведенные с помощью указанных ПК, показывают, что ГС в целом обладают лучшими свойствами для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи, чем ХС и m -последовательности.

В данной работе авторы хотят продолжить исследования использования ГС для обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи. Так, одним из важных вопросов, который не раскрыт в полной мере в настоящее время, является оценка скрытности ГС. Другим важным вопросом, которому также уделяется недостаточно внимания, является оценка пик-фактора ГС. В связи со сказанным, в данной работе авторы хотят более подробно их рассмотреть.

Целью данной статьи является дополнение и расширение знаний о гиперхаотических сигналах для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи.

Задачей данной статьи является моделирование гиперхаотических сигналов и оценка их свойств с помощью показателей BDS-статистики $w(\bar{\epsilon})$ и пик-фактора P .

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Экспериментальная часть

В качестве первого генератора ГС возьмем гиперхаотическую систему Лоренца.

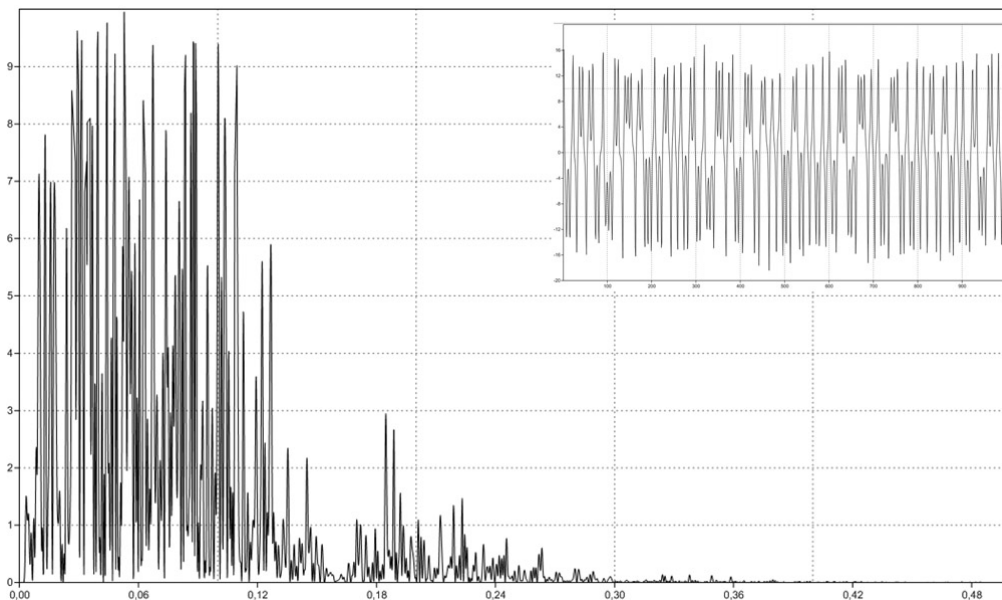


Рис. 1. Реализация ГС на основе гиперхаотической системы Лоренца: спектр и (на врезке) временная реализация

Система описывается следующим выражением [9–11]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= x(r - z) - y + w, \\ \dot{z} &= xy - bz, \\ \dot{w} &= -\gamma x. \end{aligned} \quad (1)$$

На рис. 1 с учетом рекомендаций из работ [9–12] приведен пример реализации ГС, сформированного на основе выражения (1) с помощью пакета программ ScicosLab и программы Past: временная диаграмма на врезке и соответствующая спектральная диаграмма. Другие полученные реализации имеют схожие временной и спектральный виды.

Как видно из рис. 1, ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лоренца, имеют сложный шумоподобный вид, близкий к белому шуму. Полученные данные согласуются на качественном уровне с исследованиями из работ [9–11]. Количественную оценку полученных ГС проведем далее.

В качестве второго генератора ГС возьмем гиперхаотическую систему Лю, описываемую следующим выражением [5]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= bx - hxz + \lambda w, \\ \dot{z} &= cx^2 - dz, \\ \dot{w} &= -ny. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 2 с учетом рекомендаций из работ [5, 12] приведен пример реализации ГС, сформированного на основе выражения (2) с помощью пакета программ ScicosLab и программы Past: временная диаграмма на врезке и соответствующая спектральная диаграмма. Другие полученные реализации имеют схожие временной и спектральный виды.

Как видно из рис. 2, ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лю, имеют сложный шумоподобный вид, близкий к белому шуму. Полученные данные согласуются на качественном уровне с исследованиями из работы [5]. Количественную оценку полученных ГС проведем далее.

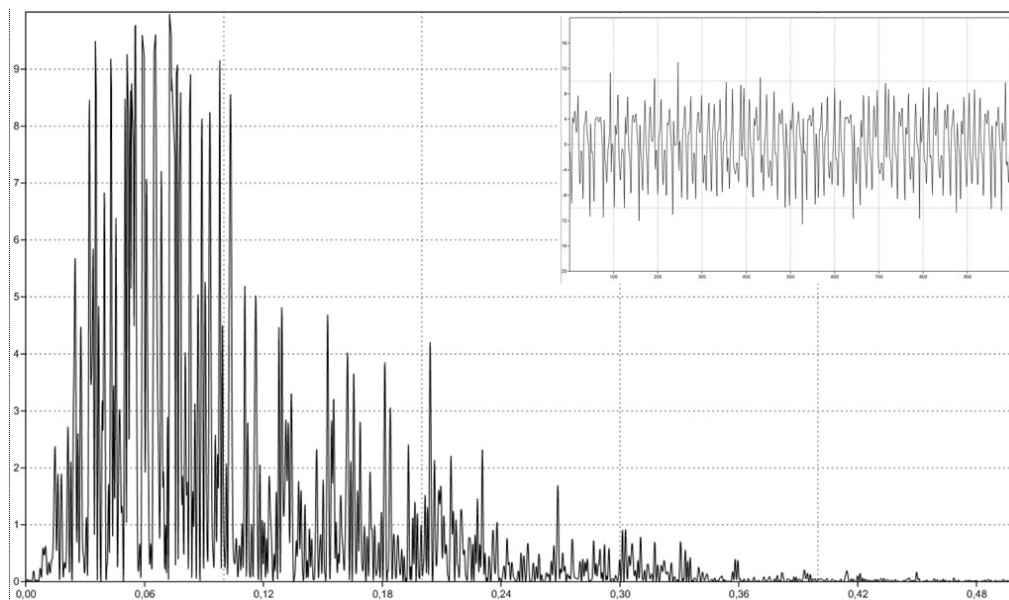


Рис. 2. Реализация ГС на основе гиперхаотической системы Лю: спектр и (на врезке) временная реализация

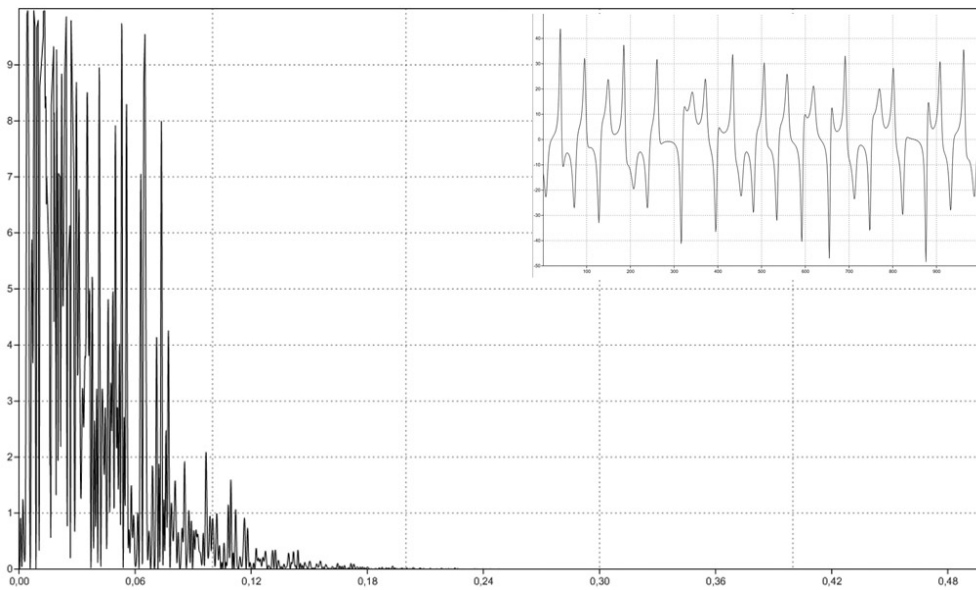


Рис. 3. Реализация ГС на основе гиперхаотической комплексной системы: спектр и (на врезке) временная реализация

В качестве третьего генератора ГС возьмем гиперхаотическую комплексную систему, описываемую в действительной форме следующим выражением [13]:

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_1 &= a(u_3 - u_1 + u_3 u_5), \\
 \dot{u}_2 &= a(u_4 - u_2 + u_4 u_5), \\
 \dot{u}_3 &= -u_1 u_5 + b u_3 + u_6, \\
 \dot{u}_4 &= -u_2 u_5 + b u_4, \\
 \dot{u}_5 &= u_1 u_3 + u_2 u_4 - c u_5, \\
 \dot{u}_6 &= -k u_1.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

На рис. 3 с учетом рекомендаций из работ [12, 13] приведен пример реализации ГС, сформированного на основе выражения (3) с помощью пакета программ ScicosLab и программы Past: временная диаграмма на врезке и соответствующая спектральная диаграмма. Другие полученные реализации имеют схожие временной и спектральной виды.

Как видно из рис. 3, ГС, сформированные на основе гиперхаотической комплексной системы, имеют сложный шумоподобный вид, близкий к белому шуму. Полученные данные согласуются на качественном уровне с исследованиями из работы [13]. Количественную оценку полученных ГС проведем далее.

В качестве четвертого генератора ГС возьмем гиперхаотическую мемристорную систему, описываемую следующим выражением [14]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= az - ax(m_0 + m_1 u^2), \\
 \dot{y} &= b dy - bz, \\
 \dot{z} &= cy - cx, \\
 \dot{i} &= nx.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

На рис. 4 с учетом рекомендаций из работ [12, 14] приведен пример реализации ГС, сформированного на основе выражения (4) с помощью пакета программ ScicosLab и программы Past: временная диаграмма на врезке и соответствующая спектральная диаграмма. Другие полученные реализации имеют схожие временной и спектральной виды.

Как видно из рис. 4, ГС, сформированные на основе гиперхаотической мемристорной системы, имеют сложный шумоподобный вид, близкий к белому шуму. Полученные данные согласуются на качественном уровне с исследованиями из работы [14]. Количественную оценку полученных ГС проведем далее.

Анализ данных

Далее проведем количественную оценку скрытности и надежности полученных временных реализаций ГС с помощью таких ПК, как BDS-статистика и пик-фактор. Для осуществления количественной оценки скрытности обратимся к BDS-статистике [15–19], которая базируется на статистических свойствах корреляционной размерности исследуемого процесса в фазовом пространстве, которая, в свою очередь, определяется корреляционным интегралом.

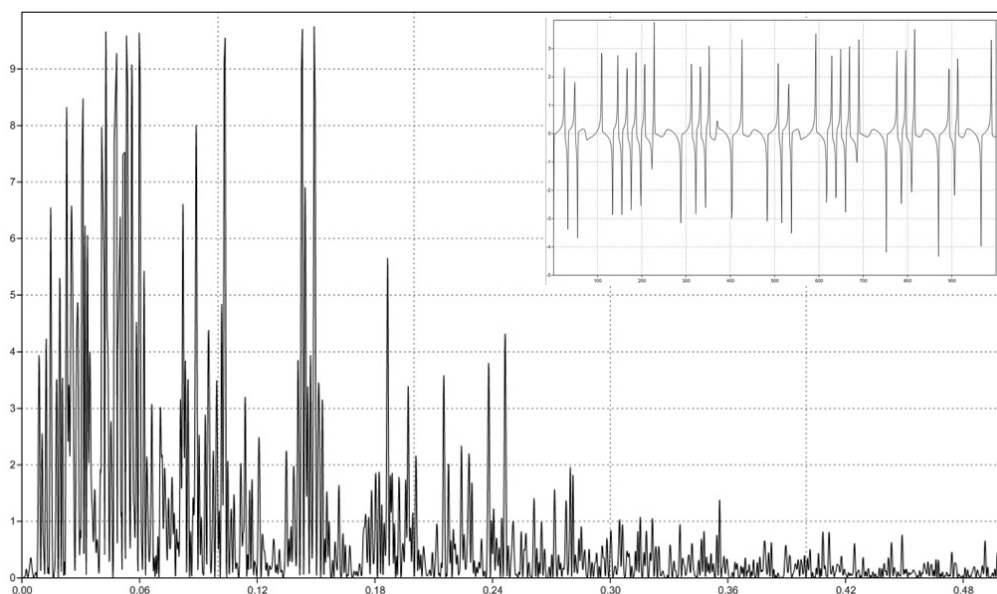


Рис. 4. Реализация ГС на основе гиперхаотической мемристорной системы: спектр и (на врезке) временная реализация

Табл. 1. Значения BDS-статистики $w(\bar{\varepsilon})$ исследуемых временных реализаций ГС

Название	BDS-статистика $w(\bar{\varepsilon})$
Гиперхаотическая система Лоренца, описываемая выражением (1)	50÷60
Гиперхаотическая система Лю, описываемая выражением (2)	20÷40
Гиперхаотическая комплексная система, описываемая выражением (3)	60÷70
Гиперхаотическая мемристорная система, описываемая выражением (4)	30÷40

Эти данные дают в отдельных случаях больше информации о классе процесса (случайные, хаотические, регулярные), чем энергетические показатели. Таким образом, BDS-статистика в ряде случаев может выступить в качестве меры энергетической скрытности [15–19]. BDS-статистика основана на статистической величине $w(\bar{\varepsilon})$, описываемой следующим выражением [15–19]:

$$w_{m,N}(\varepsilon) = \sqrt{N-m+1} \frac{C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^m}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)}, \quad (5)$$

где $C_{m,N}(\varepsilon)$ и $C_{1,N-m}(\varepsilon)$ — корреляционные интегралы, а $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ — среднеквадратичное отклонение.

В табл. 1 приведены значения BDS-статистики $w(\bar{\varepsilon})$, описываемой выражением (5), полученные для исследуемых временных реализаций ГС. Расчеты авторами проведены с помощью программы Eviews Student Version Lite.

Как видно из табл. 1, временные реализации ГС обладают значениями BDS-статистики $w(\bar{\varepsilon}) \in [20, 70]$. Согласно известным исследованиям [15–19], это указывает на то, что временные реализации ГС обладают значительно большей скрытностью от постороннего наблюдателя, чем классические ХС, значение BDS-статистики которых $w(\bar{\varepsilon}) \geq 200$.

Также проведем количественную оценку полученных временных реализаций ГС с помощью одного из показателей надежности функционирования передачи данных в системах радиосвязи.

Табл. 2. Значения пик-фактора P исследуемых временных реализаций ГС

Название	Пик-фактор P
Гиперхаотическая система Лоренца, описываемая выражением (1)	2.0÷2.8
Гиперхаотическая система Лю, описываемая выражением (2)	2.1÷3.3
Гиперхаотическая комплексная система, описываемая выражением (3)	2.8÷3.7
Гиперхаотическая мемристорная система, описываемая выражением (4)	5.7÷7.5

В качестве такой характеристики обратимся к известному показателю пик-фактора сигналов. Как известно из литературы [19–22], увеличенное значение пик-фактора ограничивает реализуемые значения энергетической эффективности радиопередающего устройства, снижает помехоустойчивость приема, усложняет и удорожает применяемую аппаратуру. Значение пик-фактора сигнала вычисляется с помощью следующего выражения:

$$P = \frac{U_{\max}}{\sigma}, \quad (6)$$

где U_{\max} — максимальное значение сигнала, σ — среднеквадратичное значение сигнала.

В табл. 2 приведены значения пик-фактора P , описываемого выражением (6), полученные для исследуемых временных реализаций ГС. Расчеты авторами проведены с помощью программы ScisocLab.

Как видно из табл. 2, временные реализации исследуемых ГС обладают значением пик-фактора $P \in [2, 7.5]$. Согласно известным исследованиям [19–22], для современных систем связи значение пик-фактора передаваемых сигналов, вычисленное с помощью выражения (6), должно находиться примерно в диапазоне $P \in [1, 4]$. Отсюда можно заключить, что исследуемые ГС в целом подходят для передачи данных в системах радиосвязи, т.к.

обладают, за исключением ГС, сформированных на основе гиперхаотической мемристорной системы, приемлемым пик-фактором.

Выводы

В табл. 3 приведены обобщенные выводы по проведенным исследованиям.

Сравнительный анализ полученных данных (табл. 3) показывает, что для выбранных условий исследования в целом подходящими являются временные реализации ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лоренца, гиперхаотической системы Лю и гиперхаотической комплексной системы, обладающие приемлемым значением BDS-статистики и пик-фактора. ГС, сформированные на основе гиперхаотической мемристорной системы, обладают повышенным значением пик-фактора, и поэтому их нецелесообразно использовать в исходном виде для передачи данных в системах радиосвязи. Анализ табл. 1, 2 дополнительно показывает, что ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лю, являются наиболее подходящими из рассматриваемых для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи, т.к. их значение BDS-статистики ближе других находится к белому шуму и пик-фактор обладает приемлемым значением.

Табл. 3. Обобщенные выводы по проведенным исследованиям

Название	BDS-статистика	Пик-фактор
Гиперхаотическая система Лоренца, описываемая выражением (1)	+	+
Гиперхаотическая система Лю, описываемая выражением (2)	+	+
Гиперхаотическая комплексная система, описываемая выражением (3)	+	+
Гиперхаотическая мемристорная система, описываемая выражением (4)	+	–

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе проведены исследования ГС, сформированных с помощью различных генераторов ГС, для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи. Проведена оценка их свойств с помощью показателей BDS-статистики и пик-фактора. В результате проведенных исследований установлено, что для выбранных условий исследования в целом подходящими являются временные реализации ГС, сформированные на основе гиперхаотических системы Лоренца, системы Лю и комплексной системы, обладающие приемлемым значением BDS-статистики и пик-фактора, характеризующимися значительно большей скрытностью от постороннего наблюдателя, чем классические ХС. ГС, сформированные на основе гиперхаотической мемристорной системы, обладают повышенным значением пик-фактора, и поэтому их нецелесообразно использовать в исходном виде для передачи данных в системах радиосвязи. Также проведенный анализ показывает, что ГС, сформированные на основе гиперхаотической системы Лю, являются наиболее подходящими из рассматриваемых для целей обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи, т.к. их значение BDS-статистики ближе других находится к белому шуму и пик-фактор обладает приемлемым значением. Полученные выводы в целом согласуются с выводами из работ [3–8].

Проведенные исследования позволили дополнить и расширить знания о ГС для скрытной и надежной передачи данных в системах радиосвязи. Основываясь на указанных результатах и выводах из известных работ [3–8], авторы считают целесообразным использовать ГС для обеспечения скрытности и надежности передачи данных в системах радиосвязи наряду с другими широко распространенными методами (например, расширением базы передаваемых сигналов, помехоустойчивым кодированием и др.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Магницкий Н.А.* О природе гиперхаоса в нелинейных системах дифференциальных уравнений // Труды ИСА РАН. 2022. Т. 72, № 2. С. 47–51. DOI: 10.14357/20790279220205
2. *Кузнецов А.П., Седова Ю.В.* Автономная и связанная модели, демонстрирующие гиперхаос // Вестник СГТУ. 2015. Т. 2, № 2 (79). С. 26–31. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23497327>
3. *Wang G., He H.* A new hyperchaotic sequence for DS-UWB systems // 11th IEEE Singapore International Conference on Communication Systems. Guangzhou, China, 2008. P. 54–58. DOI: 10.1109/ICCS.2008.4737142
4. *Иванюк П.В., Политанский Л.Ф., Политанский Р.Л.* Генератор хаотических сигналов на основе системы дифференциальных уравнений с четырьмя переменными // Прикладная радиоэлектроника. 2012. Т. 11, № 3. С. 347–353.
5. *Иванюк П.В., Политанский Л.Ф., Политанский Р.Л., Элияшев О.М.* Хаотическое маскирование информационных сигналов с использованием генератора на базе системы Лю // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2012. № 3. С. 11–17. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19104496>
6. *Li S., Lian H., Zhao Y., Wu Z.* Hyperchaotic spread spectrum sequences selection and its application in DS-CDMA system // Radioelectronics and Communications Systems. 2015. No. 9. P. 404–410. DOI: 10.3103/S0735272715090022
7. *Sadoudi S., Fennouh I., Tanougast C.* Hyperchaos-Based Spreading Codes Generator for DS-CDMA Communication Systems // Journal of Circuits, Systems and Computers. 2018. Vol. 27, no. 13. Id. 1850207. DOI: 10.1142/S0218126618502079
8. *Bonny T.* Chaotic or Hyper-chaotic Oscillator? Numerical Solution, Circuit Design, MATLAB HDL-Coder Implementation, VHDL Code, Security Analysis, and FPGA Realization // Circuits, Systems, and Signal Processing. 2021. No. 40 (6). P. 1061–1088. DOI: 10.1007/s00034-020-01521-8
9. *Alibraheemi H.M.M., Al-Gayem Q., Hussein E.A.R.* Four dimensional hyperchaotic communication system based on dynamic feedback synchronization technique for image encryption systems // International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE). 2022. Vol. 12, no. 1. P. 957–965. DOI: 10.11591/ijece.v12i1.pp957-965
10. *Barboza R.* Dynamics of a hyperchaotic Lorenz system // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2007. Vol. 17, no. 12. P. 4285–4294. DOI: 10.1142/S0218127407019950
11. *Barboza R.* Diffusive synchronization of hyperchaotic Lorenz systems // Mathematical Problems in Engineering. 2009. Vol. 4. Id. 174546. DOI: 10.1155/2009/174546
12. *Гавришев А.А., Осинцов Д.Л.* Применение пакета программ ScicosLab для построения и анализа беспроводных систем связи на примере генераторов хаотических сигналов // Инновации в образовании. 2020. № 3. С. 122–136. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42925965>
13. *Mahmoud G.M., Ahmed M.E., Sabor N.* On autonomous and nonautonomous modified hyperchaotic complex Lu systems // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2011. Vol. 21, no. 7. P. 1913–1926. DOI: 10.1142/S0218127411029525
14. *Sahin M.E., Guler H., Hamamci S.E.* Design and realization of a hyperchaotic memristive system for communication system on FPGA // Traitement du Signal. Vol. 37, no. 6. P. 939–953. DOI: 10.18280/ts.370607
15. *Васюта К.С., Озеров С.В., Зоц Ф.Ф.* Анализ пропускной способности и скрытности ММО-системы радиосвязи

- связи на хаотической несущей // Системы обработки информации. 2012. В. 9 (107). С. 21–24.
16. *Васюта К.С.* Классификация процессов в инфокоммуникационных радиотехнических системах с применением BDS-статистики // Проблемы телекоммуникаций. 2012. № 4. С. 63–71.
URL: <http://scipeople.ru/publication/114471/>
17. *Васюта К.С., Озеров С.В., Королюк А.Н.* Особенности построения стеганографических систем радиосвязи // Проблемы телекоммуникаций. 2012. № 3. С. 94–104.
URL: <http://scipeople.ru/publication/113082/>
18. *Гавришев А.А.* Моделирование и количественно-качественный анализ распространенных защищенных систем связи // Прикладная информатика. 2018. Т. 13. № 5 (77). С. 84–122.
URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36369561>
19. *Осинов Д.Л., Гавришев А.А.* Анализ использования отфильтрованных с помощью полосового фильтра хаотических сигналов для передачи данных в системах радиосвязи // Научное приборостроение. 2021. Т. 31, № 2. С. 93–104. DOI 10.18358/np-31-2-i93104
20. *Логинов С.С.* Цифровые радиоэлектронные устройства и системы с динамическим хаосом и вариацией шага временной сетки. Дис. ... д-ра. техн. наук. Казань, 2015. 228 с.
21. *Гавришев А.А., Гавришев А.Н.* К вопросу о расчете значений пик-фактора сигналов, генерируемых пространственными скрытными системами связи // Вестник НЦБЖД. 2020. № 3 (45). С. 149–157. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43928669>
22. *Козел В.М., Подворная Д.А., Ковалёв К.А.* Пик-фактор сигналов систем сухопутной подвижной службы 5G // Доклады БГУИР. 2020. Т. 18, № 6. С. 5–10. DOI: 10.35596/1729-7648-2020-18-6-5-10

НИЯУ "МИФИ" (Институт интеллектуальных и кибернетических систем), Москва

Контакты: *Гавришев Алексей Андреевич*,
alexxx.2008@inbox.ru

Материал поступил в редакцию 30.01.2023

ON THE USE OF HYPERCHAOTIC SIGNALS FOR DATA TRANSMISSION IN RADIO COMMUNICATION SYSTEMS

A. A. Gavrishev

Institute of cyber intelligence systems, NRNU MEPhI, Moscow, Russia

Studies have been conducted on the use of hyperchaotic signals generated using various hyperchaotic signal generators (the hyperchaotic Lorentz system, the hyperchaotic Liu system, the hyperchaotic complex system, and the hyperchaotic memristor system) in order to ensure the secrecy and reliability of data transmission operations in radio communication systems. Their properties were evaluated using BDS-statistics and peak factor indicators. As a result of the conducted studies, it was found that the studied hyperchaotic signals, with the exception of those formed on the basis of a hyperchaotic memristor system, generally have an acceptable value of BDS-statistics, characterized by significantly greater secrecy from an outside observer than classical chaotic signals and the peak factor. The analysis shows that hyperchaotic signals formed on the basis of the Liu hyperchaotic system are the most suitable of those considered for the purposes of ensuring the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems, since their value of BDS-statistics is closest to white noise and the peak factor has an acceptable value. The conducted research makes it possible to supplement and expand knowledge about hyperchaotic signals for covert and reliable data transmission in radio communication systems. Based on these results and conclusions from well-known works [3–8], the authors consider it expedient to use them for the designated purposes, along with other widely used methods.

Keywords: generator, hyperchaotic signals, communication systems, stealth, reliability

INTRODUCTION

In modern literature on nonlinear dynamics, the concept of hyperchaotic signals (HSs) is widely used. HSs are formed on the basis of n -dimensional differential equations ($n \geq 4$), and have more complex irregular attractors than chaotic signals (CSs) formed on the basis of three-dimensional differential equations [1, 2]. HSs is a class of signals with the presence of more than one positive Lyapunov exponent, which indicates stretching of the attractor in several directions. High-dimensional HSs are promising for covert data transmission in radio communication systems because they have higher unpredictability and "randomness" compared to conventional CSs [1–8]. Based on this, research in this area is relevant.

Let's analyze the literature that examines the use of HSs for covert and reliable data transmission in radio communication systems.

Thus, work [3] presents studies of binary hyperchaotic spreading sequences. Their correlation characteristics and noise immunity in the white noise communication channel are calculated. The results show that sequences of this type are more efficient than binary chaotic spreading sequences when used for covert and reliable data transmission in radio communication systems.

In [4, 5], a data transmission system was designed and experimentally implemented using HSs, which are proposed to be used for covert and reliable data transmission in radio communication systems.

In [6], a new algorithm for the formation of binary hyperchaotic expanding sequences is proposed, based on a sixth-order CNN cellular neural network. The properties of these sequences are analyzed in terms of their P -values and correlation function. The results of the studies show that the generated binary hyperchaotic spreading sequences provide higher secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems than m -sequences and have similar characteristics to the Gold sequences.

The paper [7] proposes a new generator of binary expanding sequences based on the HSs. It has been found that expanding sequences obtained using the proposed generator are more efficient compared to classical binary expanding sequences and differ from them in better correlation parameters, the absence of a repetition period, increased secrecy, and reliability of data transmission in radio communication systems.

In [8], an assessment was made of CSs formed on the basis of three-dimensional differential equations, and HSs formed with the use of four-dimensional differential equations, to ensure the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems. As a result of the research, it has been established that HSs formed with the use of four-dimensional differential equations provide greater secrecy than HSs formed on the basis of three-dimensional differential equations. However, in practical PLD implementations, they are slower and use

much more hardware resources. A comparative analysis based on an integral assessment, carried out by the authors of this work, showed that CSs formed with the use of three-dimensional differential equations are generally more efficient compared to HSs formed on the basis of four-dimensional differential equations.

As can be seen from the above analysis, HSs are quite actively studied by specialists who, first of all, pay attention to such quality assessment indicators (QAIs) as positive Lyapunov exponents, P -values, repetition period, correlation properties, noise immunity, required hardware resources, and some others. Studies conducted using these QAIs show that the HSs as a whole have better properties for the purposes of ensuring the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems than CSs and m -sequences.

In this paper, the authors want to continue research on the use of HSs to ensure the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems. Thus, one of the important issues that has not been fully disclosed by the present time is the assessment of the secrecy of the HSs. Another important issue, which is also given insufficient attention, is the estimation of the peak factor of the HSs. In connection with the foregoing, in this paper, the authors want to consider them in more detail.

The purpose of this article is to supplement and increase knowledge of hyperchaotic signals for covert and reliable data transmission in radio communication systems.

The task of this article is to simulate hyperchaotic signals and assess their properties using BDS statistics $w(\bar{\epsilon})$ and peak factor P .

MAIN PART

Experimental part

As the first HS generator, we use the hyperchaotic Lorenz system.

The system is described by the following expression [9–11]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= x(r - z) - y + w, \\ \dot{z} &= xy - bz, \\ \dot{w} &= -\gamma x. \end{aligned} \tag{1}$$

Fig. 1 shows the HS implementation example, based on the recommendations from [9–12] and generated with the use of the expression (1) applying the ScicosLab software package and the Past program: a time chart on the tie-in and the corresponding spectral chart. Other implementations obtained have similar time and spectral species.

Fig. 1. HS implementation, based on the hyperchaotic Lorenz system: spectrum and (on the tie-in) time realization

As can be seen in Fig. 1, HSs formed in accordance with the hyperchaotic Lorenz system, have a complex, noise-like appearance close to white noise. The obtained data are consistent at a qualitative level with the studies [9–11]. The quantification of HSs obtained will be carried out further.

As the second HS generator, we use the hyperchaotic Liu system described by the following expression [5]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= bx - hxz + \lambda w, \\ \dot{z} &= cx^2 - dz, \\ \dot{w} &= -ny. \end{aligned} \tag{2}$$

Fig. 2 shows an HS implementation example based on the recommendations from [5, 12] and generated with the use of the expression (2) applying the ScicosLab software package and the Past program: a time chart on the tie-in and the corresponding spectral chart. Other HS implementations obtained have similar time and spectral species.

Fig. 2. HS implementation, based on Liu hyperchaotic system: spectrum and (on the tie-in) time realization

As can be seen in Fig. 2, HSs formed in accordance with the hyperchaotic Liu system, have a complex noise-like appearance close to white noise. The obtained data are consistent at a qualitative level with the studies [5]. We will conduct a quantitative assessment of the obtained HSs further.

As the third HS generator, we use the hyperchaotic complex system described in real form by the following expression [13]:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= a(u_3 - u_1 + u_3 u_5), \\ \dot{u}_2 &= a(u_4 - u_2 + u_4 u_5), \\ \dot{u}_3 &= -u_1 u_5 + b u_3 + u_6, \\ \dot{u}_4 &= -u_2 u_5 + b u_4, \\ \dot{u}_5 &= u_1 u_3 + u_2 u_4 - c u_5, \\ \dot{u}_6 &= -k u_1. \end{aligned} \tag{3}$$

Fig. 3 shows a HS implementation example, based on the recommendations from [12, 13] and generated with the use of the expression (3) applying the ScicosLab software package and the Past program: a time chart on the tie-in and the corresponding spectral chart. Other implementations obtained have similar time and spectral species.

Fig. 3. HS implementation, based on hyperchaotic complex system: spectrum and (on the tie-in) time realization

As can be seen in Fig. 3, HSs formed in accordance with a hyperchaotic complex system, have a complicated, noise-like appearance close to white noise. The data agree qualitatively with the studies [13]. We will carry out a quantitative assessment of the obtained HSs further.

As the fourth HS generator, we use the hyperchaotic memristor system described by the following expression [14]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= az - ax(m_0 + m_1u^2), \\ \dot{y} &= bdy - bz, \\ \dot{z} &= cy - cx, \\ \dot{u} &= nx. \end{aligned} \quad (4)$$

Fig. 4 shows a HS implementation example, based on the recommendations from [12, 14] and generated with the use of the expression (4) applying the ScicosLab software package and the Past program: a time chart on the tie-in and the corresponding spectral chart. Other implementations obtained have similar time and spectral species.

Fig. 4. HS implementation based on hyperchaotic memristor system: spectrum and (on the tie-in) time realization

As can be seen in Fig. 4, HSs formed in accordance with the hyperchaotic memristor system, have a complex noise-like appearance close to white noise. The obtained data are consistent at a qualitative level with the studies [14]. We will carry out a quantitative assessment of the obtained HSs further.

Data analysis

Next, we will carry out a quantitative assessment of the secrecy and reliability of the obtained HS time implementations using such QAIs as BDS-statistics and peak factor. To carry out a quantitative assessment of secrecy, we turn to BDS statistics [15–19], which is based on the statistical properties of the cor-

relation dimension of the process under study in phase space. The correlation dimension is determined by the correlation integral.

These data provide, in some cases, more information about the class of the process (random, chaotic, regular) than energy indicators. Thus, BDS statistics can in some cases act as a measure of energetic concealment [15–19]. BDS statistics are based on the statistical value $w(\bar{\varepsilon})$ described by the following expression [15–19]:

$$w_{m,N}(\varepsilon) = \frac{C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^m}{\sqrt{N-m+1} \sigma_{m,N}(\varepsilon)}, \quad (5)$$

where $C_{m,N}(\varepsilon)$ and $C_{1,N-m}(\varepsilon)$ are correlation integrals, and $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ is the root mean square deviation.

Tab. 1 shows the values of BDS statistics $w(\bar{\varepsilon})$, described by the expression (5) and obtained for the studied HS time implementations. Calculations by the authors were carried out using the Eviews Student Version Lite program.

Tab. 1. Values of the BDS statistics $w(\bar{\varepsilon})$ of the studied HS time implementations

As can be seen in Tab. 1, HS time implementations have values of BDS statistics $w(\bar{\varepsilon}) \in [20, 70]$. According to known studies [15–19], this indicates that HS time implementations have much more secrecy from an outside observer than classical CSs with the value of BDS statistics $w(\bar{\varepsilon}) \geq 200$.

We will also carry out a quantitative assessment of the obtained HS time implementations using one of the indicators of data transmission reliability in radio communication systems. As such an indicator, let's turn to the value of the signal peak factor. As is known from the literature [19–22], the increased value of the peak factor limits the values of energy efficiency of the radio transmitting device, reduces the noise immunity of reception, and complicates and increases the cost of the equipment used. The signal peak factor value is calculated using the following expression:

$$P = \frac{U_{\max}}{\sigma}, \quad (6)$$

where U_{\max} is the maximum signal value, σ is the root mean square of the signal value.

Tab. 2 shows the peak factor P values described by the expression (6) and obtained for the studied HS time implementations. The calculations by the authors were carried out using the ScicosLab program.

Tab. 2. Peak factor P values of the studied time implementations of HSs

As can be seen in Tab. 2, the time implementations of the studied HSs have a peak factor value $P \in [2, 7.5]$. According to known studies [19–22], for modern communication systems, the value of the peak factor of transmitted signals calculated using expression (6), should be approximately in the range $P \in [1, 4]$. It can be concluded that the investigated HSs are generally suitable for data transmission in radio communication systems, since they have, with the exception of HSs formed on the basis of the hyperchaotic memristor system, an acceptable peak factor.

Outcome

Tab. 3 summarizes the findings of the studies.

Tab. 3. Summary of studies

A comparative analysis of the obtained data (Tab. 3) shows that for the given research conditions, HS time implementations generated by the hyperchaotic Lorenz system, the hyperchaotic Liu system, and the hyperchaotic complex system have acceptable values of BDS statistics and peak factor. HSs formed on the basis of a hyperchaotic memristor system, have an increased peak factor value, and therefore it is impractical to use them in their original form for data transmission in radio communication systems. The analysis of Tabs. 1, 2 additionally reveals that HSs formed on the basis of the hyperchaotic Liu system are the most suitable of those considered for the purpose of ensuring the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems, since their BDS value is closer to white noise and the peak factor has an acceptable value.

CONCLUSION

Thus, in this work, studies of HSs formed by various HS generators have been conducted in order to ensure the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems. Their properties were evaluated using BDS statistics and peak factor. As a result of the studies, it was found that, for the given conditions of the study, time implementations of HSs formed on the basis of the hyperchaotic Lorenz system, the Liu system are generally suitable and integrated systems possessing acceptable values of BDS

statistics and peak factors characterized by significantly more secrecy from an outsider than classical CSs. HSs formed on the basis of a hyperchaotic memristor system have an increased peak factor value, and therefore it is not advisable to use them in their original form for data transmission in radio communication systems. The analysis also shows that HSs formed on the basis of the hyperchaotic Liu system are the most suitable of those considered for the purpose of ensuring the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems, since their BDS value is closer to white noise and the peak factor has an acceptable value. The conclusions obtained are generally consistent with the conclusions in the works [3–8].

The studies carried out made it possible to supplement and expand knowledge about HSs for covert and reliable data transmission in radio communication systems. Based on these results and the findings of the well-known works [3–8], we consider it appropriate to use HSs to ensure the secrecy and reliability of data transmission in radio communication systems, along with other, widely common methods (for example, expanding the time-bandwidth product of transmitted signals, noise-resistant coding, etc.).

REFERENCES

1. Magnitskii N.A. [On the nature of hyperchaos in nonlinear systems of differential equations]. *Trudy ISA RAN* [Proceedings of the Institute for systems analysis Russian academy of sciences], 2022, vol. 72, no. 2, pp. 47–51. DOI: 10.14357/20790279220205 (In Russ.).
2. Kuznetsov A.P., Sedova Yu.V. [Autonomous and coupled models for hyperchaos]. *Vestnik SGTU* [SGTU Bulletin], 2015, vol. 2, no. 2 (79), pp. 26–31. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23497327> (In Russ.).
3. Wang G., He H. A new hyperchaotic sequence for DS-UWB systems. *11th IEEE Singapore International Conference on Communication Systems*. Guangzhou, China, 2008, pp. 54–58. DOI: 10.1109/ICCS.2008.4737142
4. Ivanyuk P.V., Politansky L.F., Politansky R.L. [Four-variable differential equation-based chaotic signal generator]. *Prikladnaya radioelektronika* [Applied Radioelectronics], 2012, vol. 11, no. 3, pp. 347–353. (In Russ.).
5. Ivanyuk P.V., Politansky L.F., Politansky R.L., Elyashiv O.M. [Chaotic masking of information signals using generator based on the Liu system]. *Tekhnologiya i konstruirovaniye v elektronnoi apparature* [Technology and design in electronic equipment], 2012, no. 3, pp. 11–17. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19104496> (In Russ.).
6. Li S., Lian H., Zhao Y., Wu Z. Hyperchaotic spread spectrum sequences selection and its application in DS-CDMA system. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2015, no. 9, pp. 404–410. DOI: 10.3103/S0735272715090022
7. Sadoudi S., Fennouh I., Tanougast C. Hyperchaos-based spreading codes generator for DS-CDMA communication

- systems. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 2018, vol. 27, no. 13, id. 1850207. DOI: 10.1142/S0218126618502079
8. Bonny T. Chaotic or hyper-chaotic oscillator? Numerical solution, circuit design, MATLAB HDL-coder implementation, VHDL code, security analysis, and FPGA realization. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2021, no. 40(6), pp. 1061–1088. DOI: 10.1007/s00034-020-01521-8
 9. Alibraheemi H.M.M., Al-Gayem Q., Hussein E.A.R. Four dimensional hyperchaotic communication system based on dynamic feedback synchronization technique for image encryption systems. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, 2022, vol. 12, no. 1, pp. 957–965. DOI: 10.11591/ijece.v12i1.pp957-965
 10. Barboza R. Dynamics of a hyperchaotic Lorenz system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2007, vol. 17, no. 12, pp. 4285–4294. DOI: 10.1142/S0218127407019950
 11. Barboza R. Diffusive synchronization of hyperchaotic Lorenz systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009, vol. 4, id. 174546. DOI: 10.1155/2009/174546
 12. Gavrishev A.A., Osipov D.L. [Application of the Scicos-Lab software package for construction and analysis wireless communication systems on the example of chaotic signal generators]. *Innovatsii v obrazovanii* [Innovation in Education], 2020, no. 3, pp. 122–136. (In Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42925965>
 13. Mahmoud G.M., Ahmed M.E., Sabor N. On autonomous and nonautonomous modified hyperchaotic complex Lu systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, vol. 21, no. 7, pp. 1913–1926. DOI: 10.1142/S0218127411029525
 14. Sahin M.E., Guler H., Hamamci S.E. Design and realization of a hyperchaotic memristive system for communication system on FPGA. *Traitement du Signal*, 2020, vol. 37, no. 6, pp. 939–953. DOI: 10.18280/ts.370607
 15. Vasyuta K.S., Ozerov S.V., Zots F.F. [Analyzing the bandwidth and stealth of a MIMO radio system on a chaotic carrier]. *Sistemi obrobki informatsii* [Information Processing Systems], 2012, no. 9 (107), pp. 21–24. (In Russ.).
 16. Vasyuta K.S. [Classification of processes in information and communication radio engineering systems using BDS statistics]. *Problemy telekommunikatsii* [The problems of Telecommunications], 2012, no. 4, pp. 63–71. (In Russ.). URL: <http://sciepeople.ru/publication/114471/>
 17. Vasyuta K.S., Ozerov S.V., Korolyuk A.N. [Features of construction of steganographic radio communication systems]. *Problemy telekommunikatsii* [The problems of Telecommunications], 2012, no. 3, pp. 94–104. (In Russ.). URL: <http://sciepeople.ru/publication/113082/>
 18. Gavrishev A.A. [Modeling and quantitative and qualitative analysis of common secure communication systems]. *Prikladnaya informatika* [Journal of applied informatics], 2018, vol. 13, no. 5 (77), pp. 84–122. (In Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36369561>
 19. Osipov D.L., Gavrishev A.A. [Analysis of the use of chaotic signals filtered with a bandpass filter for data transfer operation in radio communication systems]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2021, vol. 31, no. 2, pp. 93–104. DOI 10.18358/np-31-2-i93104 (In Russ.).
 20. Loginov S.S. *Tsifrovye radioelektronnyye ustroystva i sistemy s dinamicheskim khaosom i variatsiei shaga vremennoi setki*. Diss. dokt. techn. nauk [Digital avionics and systems with dynamic chaos and variation in time grid pitch. Doct. techn. sci. diss.]. Kazan, 2015. 228 p. (In Russ.).
 21. Gavrishev A.A., Gavrishev A.N. [To the question of calculating the crest factor values of signals generated by common hidden communication systems]. *Vestnik NTSBZHD* [Bulletin of the NCBhD], 2020, no. 3 (45), pp. 149–157. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43928669> (In Russ.).
 22. Kozel V.M., Podvornaya D.A., Kovalev K.A. [Peal factor of signals of 5G mobile service systems]. *Doklady BGUIR* [BSUID reports], 2020, vol. 18, no. 6, pp. 5–10. DOI: 10.35596/1729-7648-2020-18-6-5-10 (In Russ.).

Contacts: *Gavrishev Aleksej Andreevich*,
alexxx.2008@inbox.ru

Article received by the editorial office on 30.01.2023