
**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРИБОРОСТРОЕНИИ**

УДК 517.956.255; 621.319.7

© С. И. Шевченко

**О СВОЙСТВАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗЕРКАЛА
ПРИ УЧЕТЕ ЭЛЕКТРОНОВ, ИМЕЮЩИХ АЗИМУТАЛЬНУЮ
КОМПОНЕНТУ СКОРОСТИ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ
ВБЛИЗИ ВЫХОДНОЙ ДИАФРАГМЫ**

Исследовано распределение электронов по поверхности цилиндра, содержащего выходную диафрагму, для схем ось—кольцо и кольцо—кольцо цилиндрического зеркала. Получены распределения для разных значений радиуса старта, радиуса цилиндра и ширины кольца эмиссии.

Кл. сл.: энергоанализатор, цилиндрическое зеркало, кольцо эмиссии, выходная диафрагма

ВВЕДЕНИЕ

Цилиндрическое зеркало (ЦЗ) (цилиндрический конденсатор) нашло широкое применение в качестве энергоанализатора (ЭА), в том числе в статических электронных спектрометрах (СЭС) (см. [1–3]). Однако, несмотря на большое количество работ, посвященных изучению ЦЗ, все еще остаются неизученными некоторые свойства (параметры, функции) этого прибора, которые можно изучить, уточнить, что, возможно, приведет к улучшению характеристик ЦЗ. Одним из таких свойств является возможность фокусировки электронов, области эмиссии которых лежат не на оси. Это приводит к необходимости изучения движения в ЦЗ электронов, имеющих азимутальную компоненту скорости. Присутствие таких электронов изучалось во многих работах, из числа которых можно выделить работы [4–7], в которых получены основные результаты. Согласно этим работам, для ЦЗ, работающего по схеме кольцо—кольцо, появление электронов с азимутальной компонентой скорости приводит к уширению пика энергетического распределения (аппаратной функции (АФ)) и его несимметричности, с одной стороны, и к уменьшению интенсивности выходного тока, с другой стороны. При этом считается, что источник электронов является точечным (в схемах ось—ось [8] и ось—кольцо) или имеет вид бесконечно тонкого кольца (в схеме кольцо—кольцо) и площадь, с которой эта эмиссия происходит, не учитывается. На практике бесконечно малая площадка (точечный источник) или бесконечно тонкое кольцо не реализуемы. Всегда существует конечная (возможно, весьма малая) площадь эмиссии. При таком подходе даже в схеме ЦЗ ось—ось, когда считаем площадку эмиссии весьма малой,

но конечной, все электроны стартуют не с оси, а из некоторой ее окрестности. Поэтому все электроны имеют азимутальную компоненту скорости, что должно приводить к несимметричности и уширению пиков АФ и некоторому их сдвигу по шкале энергий. Понятно, что если область эмиссии вблизи оси весьма мала, то упомянутые эффекты могут быть малы или вообще незаметны.

На наш взгляд, при увеличении радиуса кольца, с площади которого идет эмиссия, следует учитывать и сравнивать два конкурирующих процесса: уменьшение тока на детекторе за счет увеличения количества электронов, имеющих азимутальную компоненту скорости, и увеличение тока за счет увеличения площади, с которой идет эмиссия.

Для вычисления тока на детекторе весьма важно правильно поместить выходную диафрагму (ВД) и выбрать ее размер. Если не учитывается возможность электронов иметь азимутальную компоненту скорости, то для выбора положения ВД можно использовать линию фокусов, полученную аналитически в [9] (результат этой работы следует умножать на 2) или численно в [10]. Из последней работы можно также для фокусировки второго порядка определить угол наклона центральной траектории ϑ_0 и энергию старта электронов E_0 .

В случае, когда рассматриваются траектории, имеющие азимутальную компоненту скорости, также удастся найти аналитическое (в интегралах) решение уравнения движения [4–7], но в полученных выражениях содержится зависимость от азимутального угла φ . Т. е. для каждого угла φ может существовать своя энергия E_0 и угол ϑ_0 фокусировки, причем эта энергия сдвинута относительно энергии, вычисленной для случая $\varphi = 0$.

Из этого следует, что для правильного выбора положения ВД необходимо перебрать все возможные углы ϑ и φ и выбрать такую энергию старта электронов с поверхности источника, при которой распределение электронов по поверхности цилиндра (РЭПЦ), на котором расположена ВД, имеет максимальную вершину.

Целью данной статьи является изучение распределения электронов по поверхности цилиндра (РЭПЦ), на котором расположена выходная диафрагма (ЦВД). Знание этого распределения даст возможность правильно выбрать положение и размер (ширину) ВД.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ, ИМЕЮЩИХ АЗИМУТАЛЬНУЮ КОМПОНЕНТУ СКОРОСТИ

Заявленные во введении исследования будем проводить методом математического моделирования для стандартного цилиндрического зеркала, вид которого приведен на рис. 1.

Площадку, с которой рассматривается эмиссия электронов, ниже будем называть кольцом эмиссии (КЭ). КЭ задается следующим образом: задается начальный ("внутренний") радиус этого кольца r_0 , ширина кольца dH_0 и число разбиений этого кольца вдоль радиуса N_{H0} ($N_{H0} + 1$ — число точек численного интегрирования по площади кольца эмиссии).

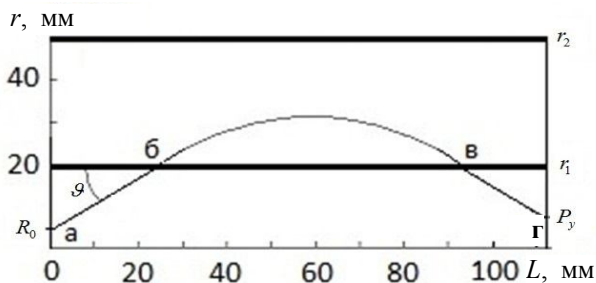


Рис. 1. Половина сечения цилиндрического зеркала (от оси и выше вдоль радиуса) плоскостью, опирающейся на ось.

На рисунке: $0L$ — ось ЦЗ; $r_1 = 20$ мм — радиус внутреннего цилиндра; $r_2 = 50$ мм — радиус внешнего цилиндра; R_0 — точка эмиссии электрона; P_y — точка прихода электрона на детектор (точнее, радиус цилиндра, на котором расположена выходная диафрагма (ЦВД)); $ab\gamma$ — траектория электрона в ЦЗ; ϑ — стартовый угол наклона траектории к оси ЦЗ (на рисунке он показан для случая $\varphi = 0$).

Пояснения в тексте

Область ЦВД, в которой мы исследуем распределение электронов, задается начальной и конечной точками (l_n и l_k — расстояние от z -координаты источника электронов до z -координаты начальной и конечной точек диапазона) и числом участков N_L . Все расстояние $l_k - l_n$ делится на N_L равных участков, в каждом из которых производится подсчет попавших в него электронов.

Для удобства вводим две системы координат (СК).

1. Глобальную (цилиндрическую), которая привязана к началу координат (точка $z = 0$ на оси прибора). Через точку-начало координат проводим плоскость, перпендикулярную оси (плоскость эмиссии). Считаем, что в этой плоскости лежат все точки эмиссии электронов. Каждая точка на этой плоскости имеет свой радиус R_0 и азимутальный угол φ_0 . При старте электрона с рассматриваемой плоскости эмиссии его координаты (R_0, z_0, φ_0).

2. Локальную (сферическую), начало координат которой находится в точке эмиссии. Вектор начальной скорости характеризуется абсолютной величиной V_0 и двумя углами: азимутальным φ , отсчитываемым от продолжения линии, соединяющей ось ЭА и точку эмиссии, до проекции скорости на плоскость эмиссии; и углом ϑ между нормалью $\mathbf{n}$ к плоскости эмиссии, проведенной из точки эмиссии, (или осью Z) и вектором начальной скорости электрона.

При таком выборе этих двух систем координат (СК) весьма просто находятся связи между переменными в этих СК.

В процессе полета через прибор (ЦЗ) электроны пролетают (см. рис. 1) через первое дрейфовое пространство (участок ab), в котором отсутствует электрическое поле, через дисперсионное пространство (участок $бв$), в котором электроны изменяют свое направление и скорость, и второе дрейфовое пространство (участок $вг$), в котором электрическое поле отсутствует и в котором помещен детектор.

Движение электронов в первом дрейфовом пространстве.

Рассмотрим рис. 2, а, на котором представлена плоскость эмиссии XU , перпендикулярная оси прибора Z , и проекция траектории некоторого электрона на эту плоскость.

Рассматриваем случай, когда источник электронов (эмиттер) находится на плоскости XU . Помещаем в точку пересечения плоскости XU и оси Z начало координат O . Ось Y проводим из начала координат через точку эмиссии R_0 , а ось X — перпендикулярно оси Y вправо.

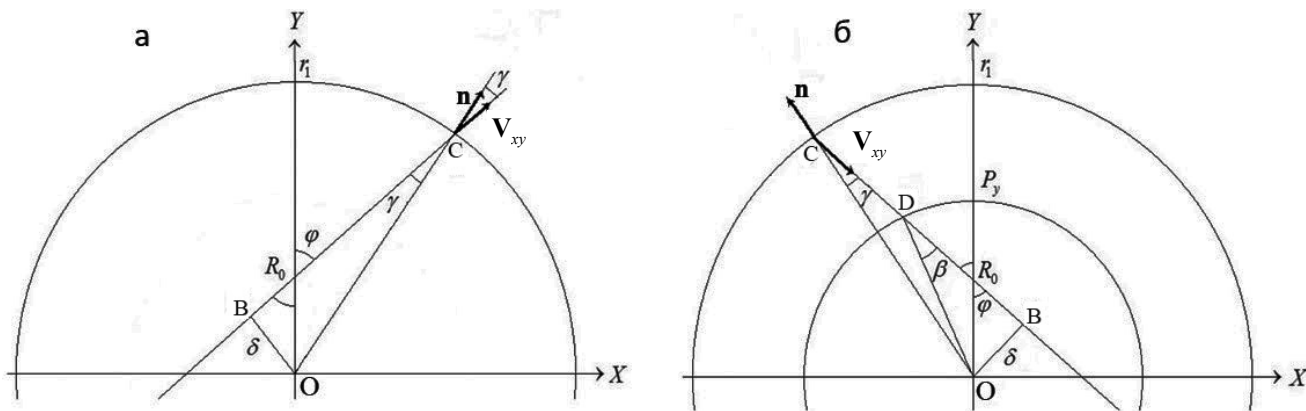


Рис. 2. Проекция движения электронов в первом дрейфовом пространстве (а) и втором дрейфовом пространстве (б) на плоскость эмиссии.

На этом рисунке точка O — начало глобальной системы координат; R_0 — точка эмиссии; ось Y проводится из начала координат через точку R_0 и далее она пересекает внутренний цилиндр ЦЗ в точке r_1 ; R_0C — проекция траектории электрона на плоскость эмиссии XY ; $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности внутреннего цилиндра (продолжение радиуса OC); φ — азимутальный угол в локальной СК. Подробности в тексте

Начальные условия для решения уравнений движения: R_0 — точка вылета электронов из источника (расстояние R_0 отсчитывается от оси Z системы); V_0 — начальная скорость электронов при выходе из источника; (ϑ, φ) — углы в локальной системе координат, привязанной к точке эмиссии R_0 ; ϑ — угол между нормалью к плоскости XY и вектором скорости; φ — азимутальный угол, отсчитываемый вокруг точки R_0 между осью Y и проекцией вектора скорости на плоскость XY ($\mathbf{V}_{xy}$); γ — угол в плоскости XY влета электронов в дисперсионное пространство, отсчитываемый от внешней нормали $\mathbf{n}$ к внутреннему цилиндру ЦЗ.

Продолжим прямую линию CR_0 за точку R_0 в направлении оси и опустим из глобального центра координат O перпендикуляр δ на эту линию. Длина этого перпендикуляра $\delta = OC \cdot \sin(\gamma)$. Синус угла γ определяем по теореме синусов из треугольника OR_0C :

$$\sin(\gamma) = \frac{R_0}{r_1} \sin(\varphi). \quad (1)$$

Время пролета электронов через первое дрейфовое пространство $T_1 = R_0C/V_{xy}$, где $V_{xy} = V \sin(\vartheta)$ — проекция полной скорости электронов на плоскость XY .

Из рис. 2, а, видно, что $R_0C = BC - BR_0 = r_1 \cdot \cos(\gamma) - \sqrt{R_0^2 - \delta^2} = r_1 \cdot \cos(\gamma) - R_0 \cdot \cos(\varphi)$. Поэтому для времени прохождения первого дрейфового пространства T_1 получаем

$$T_1 = \frac{r_1 \cdot \cos(\gamma) - R_0 \cdot \cos(\varphi)}{V_0 \cdot \sin(\vartheta)}. \quad (2)$$

Движение электронов в дисперсионном пространстве. При учете азимутальной компоненты скорости электронов уравнение движения несколько изменяется по сравнению с тем, которое рассматривалось в [8]. Уравнение движения в дисперсионном пространстве [11] (проекция векторного уравнения на оси координат):

$$\begin{aligned} \ddot{r} - \dot{\varphi}^2 r &= -\frac{e}{m} \frac{U}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}, \\ mr^2 \dot{\varphi} &= l = \text{const}, \\ \ddot{z} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

с граничными условиями $z|_{t=0} = L_{01}$, $\dot{z}|_{t=0} = V_0 \cos(\vartheta)$, $r|_{t=0} = r_2$, $\dot{r}|_{t=0} = V_0 \sin(\vartheta)$, где e, m — заряд и масса электрона, L_{01} — проекция расстояния пролета электрона в первом дрейфовом пространстве на ось Z , V_0 — скорость электронов перед входом в дисперсное пространство,

$E^{(r)} = \frac{U}{\ln(r_2/r_1)} \frac{1}{r}$ — радиальная компонента на-

пряженности электрического поля, U — потенциал на внешнем цилиндре ЦЗ, l — момент (количества движения) электрона относительно оси, который сохраняется ввиду отсутствия азимутальной компоненты электрического поля.

Решение этой системы получено в [4–7]. Мы далее будем придерживаться обозначений работы [4] как основополагающей в этом вопросе, правда, с некоторыми нашими изменениями.

Если подставить второе уравнение из (3) в первое, то получим уравнение для компоненты r :

$$m \cdot \ddot{r} + \frac{E}{k} \cdot \frac{1}{r} - \frac{l^2}{m} \cdot \frac{1}{r^3} = 0, \quad (4)$$

где $k = \frac{E}{eU} \ln \frac{r_2}{r_1}$, $l = mV_{\tau}|_{r=R_0} \cdot R_0 = mR_0V_0 \sin \vartheta \cdot \sin \varphi$ — момент в точке эмиссии.

Уравнение (4) допускает однократное интегрирование по времени:

$$\frac{r^2}{2} + \frac{E}{mk} \ln(r) - \frac{l^2}{m^2} \cdot \frac{1}{2r^2} = \text{const}. \quad (5)$$

Для определения константы используем условие сшивки на границе первого дрейфового и дисперсионного пространств:

$$\text{const} = \frac{V_r^2}{2} + \frac{E}{mk} \ln(r_1) - \frac{l^2}{m^2} \cdot \frac{1}{2r_1^2}. \quad (6)$$

Из уравнения (5) после простых преобразований можно получить выражение для времени пролета электрона через дисперсионное пространство:

$$T_2 = \frac{2}{V_0} \cdot \int_{r_1}^{r_m} \frac{dr}{\sqrt{\sin^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 \varphi \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \frac{1}{k} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}}. \quad (7)$$

Функция, стоящая под знаком радикала, имеет в точке r_m простой корень, о вычислении которого см. Приложение. После вычисления r_m проводилась проверка неравенства $r_m < r_2$, которое означает, что электрон в процессе своего движения через дисперсионное пространство не касается верхнего электрода. Для вычисления интеграла было применено правило вычисления [12], имеющее наивысшую алгебраическую точность (типа Гаусса) для интеграла $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$, в котором $f(x)$

предполагается гладкой функцией. Приведение интеграла в (7) к такому виду элементарно.

Движение электронов во втором дрейфовом пространстве.

В данном случае наши действия вполне аналогичны действиям в случае первого дрейфового пространства (см. рис. 2, б). На этом рисунке есть некоторые отличия от рис. 2, а: вектор скорости V_{xy} направлен внутрь дрейфового пространства, появился цилиндр (P_y — его сечение плоскостью XY), на котором располагается ВД. Проекция траектории пересекает этот цилиндр в точке D. Продолжение траектории за точку D пересекает ось Y в точке R_0 под углом φ . В представленной работе полный поворот траектории вокруг оси Z не участвует в конечных результатах. Поэтому он не вычислялся. Это дало некоторую свободу в рассмотрении движения электронов. Можно совершенно произвольно выбирать точку влета (С) в это пространство. При этом в силу симметрии движения электронов сохраняется угол γ . Мы выбрали точку С так, чтобы проекция траектории на плоскость XY пересекала ось Y в точке R_0 (на расстоянии R_0 от оси Z). В результате получаем, что в основном рис. 2, б является зеркальным отражением рис. 2, а (с некоторыми дополнениями). Соединим точку D с точкой O, тогда из треугольника ODR₀, используя теорему синусов, легко получить $\sin(\beta) = \frac{R_0}{P_y} \sin(\varphi)$. Отсюда вычисляем $\cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)}$ и для времени прохождения второго дрейфового пространства (от момента влета в это пространство до момента пересечения цилиндра, на котором расположена ВД) имеем

$$T_3 = \frac{CD}{V_{xy}} = \frac{r_1 \cdot \cos(\gamma) - P_y \cdot \cos(\beta)}{V_0 \cdot \sin(\vartheta)}. \quad (8)$$

В качестве результата описанных вычислений нам необходимо расстояние L_0 , пройденное электроном вдоль оси Z от источника до входа в детектор. Учитывая постоянство скорости электронов вдоль оси Z (отсутствие компоненты электрического поля в этом направлении), можно вычислить искомое расстояние

$$L_0 = V_z \cdot (T_1 + T_2 + T_3), \quad (9)$$

где $V_z = V_0 \cdot \cos(\vartheta)$.

При этом особенно важны вопросы точности и достоверности получаемых результатов. Поэтому были проведены проверки точности получаемых в результате счета траекторий результатов.

Во-первых, при углах $\varphi = 0$ и $\varphi = 180^\circ$ мы имеем случай с отсутствием азимутальных компонент скорости у электронов. Поэтому применимы результаты, полученные в [8]. Сравнение с нашими вычислениями по вышеописанным формулам показало различие в восьмом знаке (значащей цифре). Во-вторых, решение системы уравнений (3) для трехмерной системы было реализовано в декартовых координатах методом Рунге—Кутты [13]. Сравнение показало примерно такое же различие в восьмом знаке, при этом максимальное удаление электрона r_m от внутреннего цилиндра различалось в десятом знаке. Оба указанных выше сравнения были проделаны при разных значениях $\mathcal{G}$, φ , r_0 и P_y , что говорит о правильности наших выкладок и проделанных на их основании вычислений.

НАХОЖДЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА, НЕСУЩЕГО ВЫХОДНУЮ ДИАФРАГМУ

В результате выполнения предыдущего раздела мы имеем для каждого электрона, достигшего ЦВД, z -координату точки пересечения электроном ЦВД. Дальнейшие наши вычисления вполне аналогичны вычислениям работ [10, 14], в которых рассмотрено получение аппаратной функции для ЦЗ.

Если известна плотность тока эмиссии $j(\mathcal{G}, \varphi, R_0)$, то полный ток попадающих в некоторый промежуток $[z, z + dz]$ электронов определяется интегралом [1]

$$I = \int_{\Omega} d\Omega \int_S dS \cdot j(\mathcal{G}, \varphi, R_0), \quad (10)$$

где Ω — телесный угол старта, в пределах которого электроны попадают в указанный промежуток цилиндра, содержащего выходную диафрагму; $d\Omega = \sin(\vartheta) \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$; S — площадь источника, с которой эмитируются электроны; $dS = R_0 dR_0 \cdot d\varphi_0$.

Будем считать, что плотность тока эмиссии изотропна (в локальной системе координат) и не зависит от угла φ_0 и радиуса R_0 (в глобальной системе координат). Тогда интеграл по углу φ_0 просто равен 2π . Интегралы в (10) по переменным $\mathcal{G}$ и φ легко вычисляются методом Монте-Карло [15]. Учитывая симметрию по углу φ , этот угол можно рассматривать в диапазоне $[0, \pi]$, а результат (число попаданий или ток через рассматриваемый промежуток ЦВД) умножить

на два. Относительно интеграла по переменной R_0 есть дополнительные соображения, позволяющие значительно сэкономить время вычислений. Мы используем весьма узкие кольца эмиссии. Поэтому можно предположить, что функция плотности тока электронов, достигших детектора, является весьма гладкой и интеграл по переменной R_0 можно выполнить численным методом. Для этого используем формулу интегрирования Симпсона [16].

При всех r_0 , меньших 20 мм, мы задавали r_0 в качестве нижней границы (радиуса) кольца эмиссии (КЭ). Далее к r_0 добавляли dH_0 — ширину КЭ и получали верхнюю границу КЭ ($r_0 + dH_0$). При $r_0 = r_1 = 20$ мм это нельзя делать, потому что при любом шаге радиус эмиссии становится большим r_1 , т. е. эмиссия рассматривается из дисперсионного пространства. Чтобы этого избежать, при $r_0 = r_1$ в качестве нижней границы КЭ бралось значение ($r_1 - dH_0$), а в качестве верхней границы r_1 .

Вид распределения электронов по поверхности цилиндра (РЭПЦ), на котором расположена ВД, для разных энергий представлен на рис. 3.

Для начала итерационного процесса (рис. 3, а) использовались параметры $N_{\text{тет}} = 200$, $N_{\text{Fi}} = 180$, $N_{h0} = 4$, $N_L = 400$. На рис. 3, а, вдоль оси абсцисс отложено расстояние (L_0) от источника до участка ЦВД, на котором идет подсчет приходящих на него электронов, по оси ординат — число приходящих на каждый участок электронов, нормированное так, чтобы пик с номером 7 на рис. 3, а (максимальный) был равен единице. Цифры на графиках соответствуют значениям энергии в эВ:

1 — 90, 2 — 92.5, 3 — 95, ..., 9 — 110, 10 — 112.5, 11 — 115. На каждом графике видны осцилляции, связанные с неточностью расчетов выбранным методом. Однако пока амплитуда этих осцилляций меньше разницы между соседними вершинами РЭПЦ, на эти осцилляции можно не обращать внимания. Видно, что при некоторой энергии и на некотором расстоянии от источника (E_{max} и I_{max}) РЭПЦ имеет заметно больший максимум. Берем два ближайших к E_{max} значения энергии (меньшее E_{max} и большее E_{max}) в качестве границ нового диапазона энергий, делим этот диапазон на 10 частей (11 значений энергии). При этом также уменьшается диапазон расстояний ($I_k - I_n$), в котором производится подсчет достигших каждый участок электронов. Это приводит

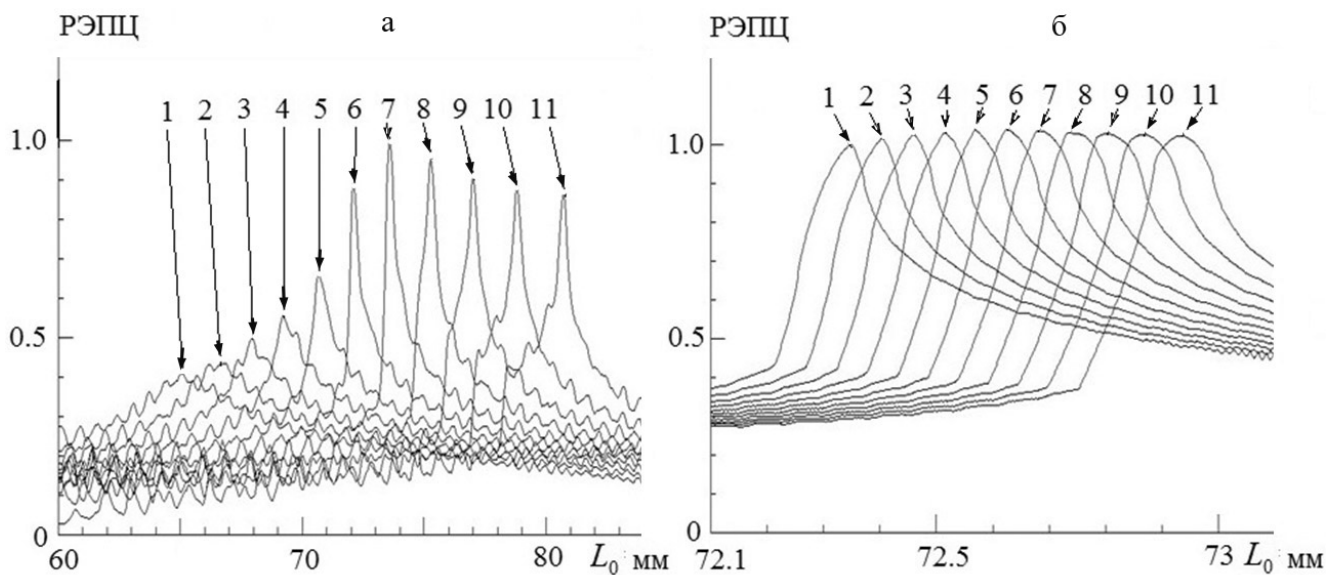


Рис. 3. Вид функций распределения электронов по поверхности цилиндра (РЭПЦ), содержащего выходную диафрагму, при $r_0 = 10$ мм, $P_y = 10$ мм, $dH_0 = 100$ мкм и различных значениях энергии.

а — начало, б — конец итерационного процесса. Подробности в тексте

к тому, что значительно уменьшается число достигших каждый участок ЦВД электронов. При этом увеличиваются ошибки вычислений. Это сказывается в том, что на графике РЭПЦ осцилляционная составляющая становится значительно больше. И может даже осуществиться такая ситуация, что на фоне осцилляционной составляющей сами пики будут незаметны. Чтобы этого избежать производилось увеличение параметров розыгрыша ($N_{\text{тет}}$, N_{Fi} , N_{h0}). Кроме того, к результатам был применен сглаживающий фильтр [17]. Это позволило значительно сгладить графики функции РЭПЦ и такие же по точности результаты получить за меньшее (вплоть до порядка) время счета. В результате вместо параметров, использованных при вычислении графиков, представленных на рис. 3, а, при вычислении последних графиков (рис. 3, б) использовались параметры $N_{\text{тет}} = 2000$, $N_{\text{Fi}} = 1800$, $N_{h0} = 40$, $N_L = 800$, что значительно (до 3 порядков) увеличивало время счета каждого графика. Для расчета некоторых графиков приходилось увеличивать указанные параметры (один из этих параметров) до $N_{\text{тет}} = 20\,000$, $N_{\text{Fi}} = 18000$, $N_{h0} = 400$.

При новом диапазоне изменения энергии вычисляем и строим новые графики РЭПЦ, подобные представленным на рис. 3, а. И так далее, пока расстояние между вершинами соседних пиков бу-

дет равно или меньше $1/3$ от ширины максимального пика на полувысоте (ШППВ).

Графики РЭПЦ, полученные в результате итерационного процесса, показаны на рис. 3, б. Цифры над каждым пиком соответствуют значениям энергии в эВ: 1 — 103.0, 2 — 103.1, ..., 10 — 103.9, 11 — 104.0.

Максимальный пик имеет энергию $E = 103.5$ эВ и расположен на расстоянии $L_0 = 72.61$ мм от источника электронов. Пики РЭПЦ были нормированы так, чтобы пик с номером 1 имел высоту, равную единице. Из рис. 3, б, видно, что шаг (расстояние между вершинами пиков) практически постоянен. Следовательно, производная dL/dE (если ее умножить на энергию, то получим дисперсию по энергии) на рассматриваемом промежутке энергии почти постоянна (и приблизительно равна 0.6 мм/эВ). Для сравнения, при $r_0 = 0$ мм, $P_y = 10$ мм, $dH_0 = 100$ мкм эта производная приблизительно равна 0.8 мм/эВ. Кроме того, при удалении от максимального пика в сторону меньших энергий на 0.5 эВ интенсивность пика падает примерно на 4% , а в сторону больших энергий на 0.5 эВ — на 1.6% .

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вид распределений электронов вдоль поверхности цилиндра (РЭПЦ) с ВД, для разных значе-

ний радиуса кольца эмиссии r_0 (КЭ), радиуса цилиндра P_y , на котором расположена выходная диафрагма, и ширины КЭ dH_0 представлен на рис. 4 в виде "графической матрицы". Вдоль каждой строки этой "графической матрицы" сохраняется постоянным внутренний радиус кольца эмиссии (r_0 в мм), вдоль каждого столбца — радиус ЦВД (P_y в мм). На каждом графике вдоль его горизонтальной оси отложено расстояние от источника электронов до точки пересечения электроном ЦВД (L_0 в мм), вдоль вертикальной оси отложена высота функции РЭПЦ (пропорциональная количеству электронов, пришедших на каждый отрезок-участок ЦВД). Цифры на поле

графиков соответствуют ширине кольца эмиссии (dH_0): 1 соответствует ширине 1 мкм, 2 — 10 мкм и 3 — 100 мкм. Все представленные на рис. 4 графики нормированы на единицу. Это сделано для удобства изучения формы пиков, потому что весьма неудобно (или лучше сказать, невозможно) представить на одном рисунке графики функций, значения которых различаются более чем в сотни и тысячи раз. Можно, конечно, использовать по оси Y логарифмические координаты, но при этом пики РЭПЦ будут отображаться не в своей естественной форме, что затруднит их анализ. Но главная причина, по которой реализована идея нормировать все графики на единицу, — это возможность сравнить относительную высоту пиков (вершин) и их хвостов.

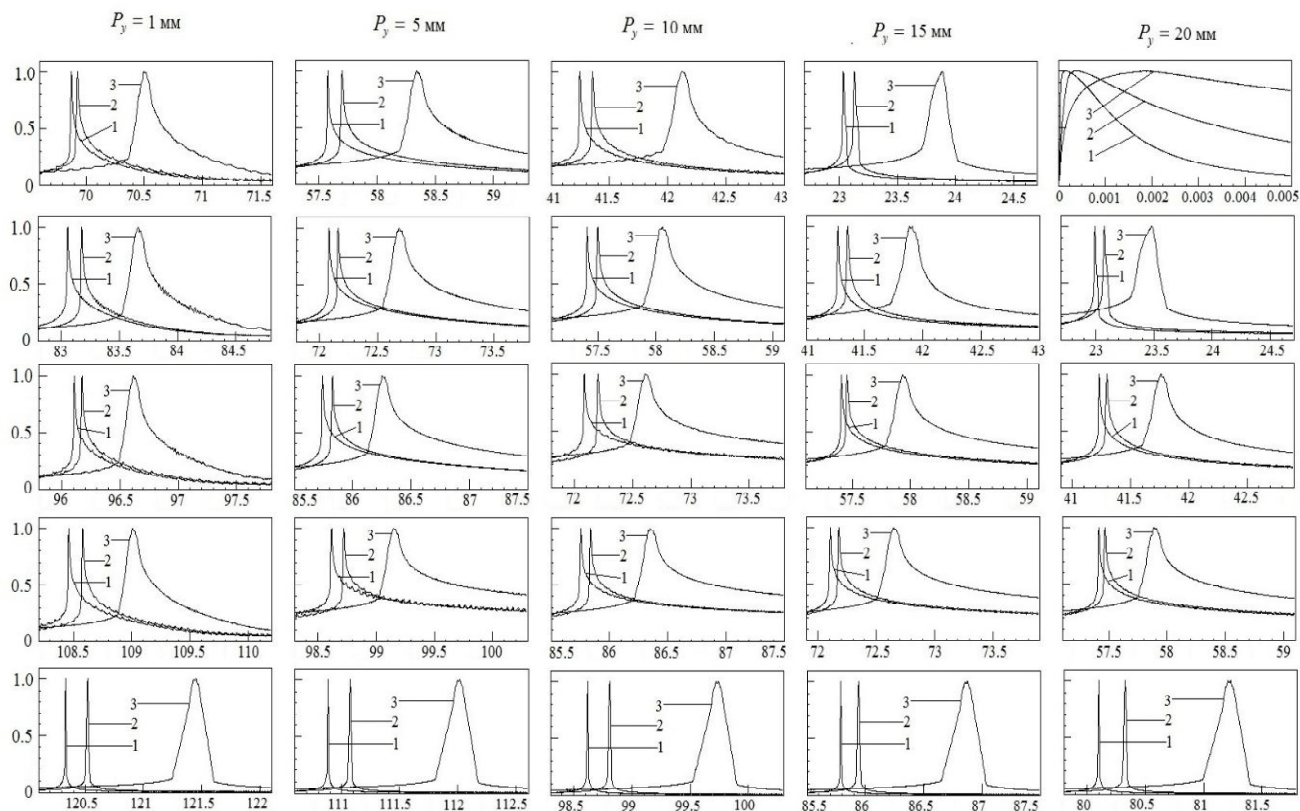


Рис. 4. Графики функции распределения электронов по поверхности цилиндра, на котором расположена выходная диафрагма.

На каждом графике по оси абсцисс отложено расстояние вдоль оси Z от источника электронов до точки пересечения цилиндра; вдоль оси ординат — нормированная на единицу функция распределения. Пояснения в тексте

Как видно из рис. 4, в большинстве случаев наибольший хвост пика наблюдается справа от вершины. При фиксированном P_y и увеличении r_0 от 0 до 5 мм интенсивность этого хвоста значительно возрастает, а затем при больших r_0 несколько уменьшается. Исключение составляют случаи ($r_0 = 20$ мм, $P_y = 15$ мм) и ($r_0 = 15$ мм, $P_y = 20$ мм), в которых правый хвост становится заметно меньше левого. При фиксированном r_0 и увеличении P_y хвосты (и левый и правый) сперва растут при увеличении P_y от 0 до 10 мм, а затем несколько падают. При $r_0 = 20$ мм это падение более заметно.

Из графиков РЭПЦ, представленных на рис. 4, можно судить о характере аппаратной функции. Чем тоньше пик РЭПЦ, тем быстрее он "проходит" по поверхности ЦВД вдоль щели ВД (это подразумевает неравенство нулю дисперсии по энергии). Стало быть, пик АФ в этом случае должен быть тоньше. Большие или малые хвосты в пике распределения ведут соответственно к большим или малым хвостам в пиках АФ. Полученная выше для значения ширины кольца эмиссии 100 мкм величина производной dL/dE позволяет оценить ширину АФ на полувысоте ($\text{ШППВ} = \Delta E \approx \Delta L \cdot \left(\frac{dE}{dL} \right) \approx 0.1 \text{ мм} / 0.6 \frac{\text{мм}}{\text{эВ}} \approx 1/6 \text{ эВ}$)

и разрешающую способность ($E/\Delta E \approx 100 / (1/6) = 600$). Здесь мы предположили, что ширина ВД равна 100 мкм.

Анализ графиков, представленных на рис. 4, начнем с "первой строки", в которой содержатся графики, полученные при $r_0 = 0$, т. е. для электронов, стартующих из области, расположенной в непосредственной близости от оси.

Для графиков, полученных при $P_y = 1$ мм, при условии, что кольцо эмиссии минимально ($dH_0 = 1$ мкм), получаем практически реализацию схемы ось—ось. Ниже будем называть этот пик "начальным". Получаемый для этого случая пик РЭПЦ практически симметричен и его хвосты весьма малы. При увеличении ширины кольца эмиссии (пики 2 и 3 на этом графике) наблюдается увеличение ширины пиков РЭПЦ и их удаление от источника. Приблизительно можно сказать, что при увеличении ширины кольца эмиссии на порядок примерно на порядок увеличивается ширина РЭПЦ. Увеличение ширины КЭ с 1 до 10 мкм приводит к удалению максимума РЭПЦ от источника примерно на 0.1–0.2 мм, а увеличение КЭ

с 10 до 100 мкм приводит к удалению максимума РЭПЦ примерно на 0.5 мм (за исключением случая $r_0 = 20$ мм, $P_y = 15$ мм).

Для значений r_0 , больших нуля (5–20 мм), пики РЭПЦ становятся несимметричными с большими и медленно спадающими хвостами, особенно со стороны больших расстояний. Когда хвост на расстоянии в несколько десятых мм от вершины пика имеет величину порядка половины максимума пика, то с такими пиками вообще нельзя (или очень трудно) работать. Поэтому практически все случаи, когда кольцо эмиссии равно 100 мкм (0.1 мм), за исключением случая $r_0 = 0$ и в очень малой окрестности этого значения, не могут представлять интереса для целей электронной спектроскопии, если не предпринять дополнительные усилия по уменьшению или удалению хвостов пиков. Этот вывод становится неверным, когда удается с помощью некоторых методов или приспособлений значительно уменьшить величину хвостов или вообще хвосты убрать. Разработанные нами методы уменьшения или даже полного "обрезания" хвостов будут описаны в одной из ближайших статей.

Динамика роста интенсивности хвостов такова: сначала интенсивность (величина, ток) правого хвоста растет при $P_y = \text{const}$ и с увеличением r_0 от нуля до 5 мм. Затем интенсивность остается практически постоянной при росте r_0 от 5 до 15 мм. И затем несколько спадает при $r_0 = 20$ мм. При $r_0 = 5$ и 10 мм и увеличении P_y интенсивность хвостов почти не меняется. При $r_0 = 15$ мм и увеличении P_y (от 1 до 20 мм) интенсивность хвостов несколько падает. А при $r_0 = 20$ мм интенсивность хвостов сначала падает при изменении P_y от 1 до 10 мм, а затем растет при изменении P_y от 10 до 15 мм. Особый случай получился при $r_0 = 20$ мм и $P_y = 20$ мм, т. е. когда и источник, и детектор расположены на поверхности внутреннего цилиндра ЦЗ. Для случая, когда не учитываются электроны с азимутальной компонентой скорости и совокупное удаление источника и ВД от внутреннего цилиндра ($P_0 = (r_0 + P_y) - 2 \cdot r_1$) стремится к нулю, получено, что расстояние L_0 также стремится к нулю [18]. Поэтому в данной работе мы отступили от r_1 к оси прибора на 1 мкм (т. е. $r_0 = r_1 - dH_0 - 1 \text{ мкм}$). При этом получилось, что вершины РЭПЦ (для разных dH_0) удалены от источника не более чем на 2 мкм. Понятно, что этот случай с технической точки зрения неосуществим.

Параметры приведенных на рис. 4 графиков РЭПЦ показаны в таблице.

Коэффициент C , показывает во сколько раз высота некоторого пика больше высоты пика, полученного при $r_0 = 0$, $P_y = 1$ мм и $dH_0 = 1$ мкм, высоту которого мы нормировали на единицу. Рассмотрим изменение коэффициента C для $P_y = 1$ мм, $dH_0 = 1$ мкм и росте r_0 от 0 до 20 мм. При $r_0 = 5$ мм $C \approx 100$, т. е. соответствующий пик в 100 раз выше, чем начальный пик. При этом общее число электронов, испущенных с площади этого кольца эмиссии, учитывая что плотность тока везде постоянна, относится к числу электронов, испущенных из начального кольца эмиссии, как площади соответствующих колец: $S_{10} = \pi(r_0 + dH_0)^2 - \pi r_0^2 \approx 2\pi r_0 dH_0$, $S_{00} = \pi dH_0^2$, где S_{00} — площадь кольца при $r_0 = 0$ мм, $P_y = 1$ мм, $dH_0 = 1$ мкм и S_{10} — площадь кольца при $r_0 = 5$ мм, $P_y = 1$ мм, $dH_0 = 1$ мкм.

Отношение этих площадей равно $\frac{S_{10}}{S_{00}} = 2 \frac{r_0}{dH_0} = 2 \frac{5 \text{ мм}}{1 \text{ мкм}} = 10^4$. Т. е. при переходе

от кольца эмиссии, опирающегося на ось ($r_0 = 0$), к близкому кольцу с $r_0 = 5$ мм и при ширине кольца эмиссии 1 мкм полное число эмитируемых электронов возрастает в 10^4 раз, а число достигших участка ЦВД, на котором находится вершина пика распределения, увеличивается только в 100 раз. Эффективность (в [2] это называется пропусканием) составляет всего 1/100, но это перевешивает увеличение величины пиков в 100 раз. Для ширины кольца эмиссии $dH_0 = 10$ мкм рост эмиссии при изменении r_0 составляет в 10^3 , в то время как высота пика увеличивается примерно в 14 раз. Для ширины кольца в 100 мкм (0.1 мм) рост эмиссии в 100 раз, а рост высоты пика в 4 раза. Подобные вычисления можно проделать и для других значений r_0 и P_y . Результаты получаются подобными: эффективность (доля попадающих на участок ЦВД электронов) намного меньше эффективности при $r_0 = 0$ и $P_y = 1$ мм. Однако амплитуда пиков, а стало быть, выходной сигнал (ток) во много раз, а где-то и порядков больше. Наибольшее увеличение высоты пиков наблюдается

Таблица параметров приведенных на рис. 4 графиков распределения электронов по поверхности цилиндра, на котором расположена выходная диафрагма.

Здесь C — отношение высоты каждого пика к высоте пика, рассчитанного для случая $r_0 = 0$, $P_y = 1$ мм; E — энергия, при которой реализуется максимальный для конкретного соотношения r_0 и P_y пик; L — расстояние вдоль оси Z от источника до вершины пика; dL — ширина пика на полувысоте

		$P_y = 1 \text{ мм}$			$P_y = 5 \text{ мм}$			$P_y = 10 \text{ мм}$			$P_y = 15 \text{ мм}$			$P_y = 20 \text{ мм}$		
$dH_0 \text{ (мкм)}$		1	10	100	1	10	100	1	10	100	1	10	100	1	10	100
$r_0 = 20 \text{ мм}$	C	124	1169	7377	381	3564	23417	836	8258	53023	3611	31252	157751	2.2e7	7.7e6	1.2e7
	$E \text{ (эВ)}$	99.97	100.05	100.91	87.53	87.76	88.8	68.13	68.35	69.8	42.42	42.65	44.33	6.e-8	6.e-8	1.4e-7
	$L \text{ (мм)}$	69.37	69.43	70.0	57.48	57.61	58.24	41.24	41.35	42.12	23.04	23.13	23.89	1.5e-4	3.5e-4	1.9e-3
	$dL \text{ (мм)}$	0.034	0.054	0.25	0.039	0.086	0.36	0.02	0.057	0.32	0.021	0.045	0.2	0.0014	0.0019	0.017
$r_0 = 15 \text{ мм}$	C	109	1181	7438	314	3190	21837	646	6496	43498	1641	15604	100419	3739	32570	170125
	$E \text{ (эВ)}$	112.64	112.84	113.65	102.52	102.66	103.6	87.4	87.58	88.68	68.19	68.38	69.62	42.31	42.54	43.7
	$L \text{ (мм)}$	83.09	83.18	83.65	72.08	72.16	72.67	57.4	57.5	58.05	41.27	41.35	41.89	23.0	23.08	23.49
	$dL \text{ (мм)}$	0.005	0.036	0.24	0.008	0.06	0.2	0.01	0.06	0.4	0.013	0.05	0.28	0.012	0.045	0.22
$r_0 = 10 \text{ мм}$	C	111.4	1107	7197	279.9	2865	19599	479.2	4991	34616	686.4	6700	47785	878	8675	60108
	$E \text{ (эВ)}$	123.63	123.73	124.42	115.0	115.14	115.86	102.52	102.73	103.47	87.4	87.5	88.46	68.1	68.25	69.32
	$L \text{ (мм)}$	96.10	96.17	96.62	85.74	85.825	86.532	72.08	72.2	72.61	57.41	57.52	57.93	41.23	41.29	41.76
	$dL \text{ (мм)}$	0.012	0.04	0.25	0.015	0.059	0.36	0.013	0.10	0.3	0.023	0.08	0.51	0.011	0.07	0.42
$r_0 = 5 \text{ мм}$	C	100.3	1052	6836	237.8	2466	17229	306.0	3112	22005	347	3465	24727	383	3757	26767
	$E \text{ (эВ)}$	133.07	133.24	133.86	125.61	125.77	126.43	115.02	115.16	116.0	102.56	102.69	103.54	87.41	87.52	88.38
	$L \text{ (мм)}$	108.46	108.58	109.0	98.61	98.72	99.15	85.75	85.84	86.35	72.10	72.18	72.65	57.41	57.47	57.89
	$dL \text{ (мм)}$	0.0097	0.046	0.27	0.017	0.084	0.62	0.019	0.08	0.64	0.014	0.086	0.59	0.017	0.078	0.57
$r_0 = 0$	C	1.0	75.9	1794	1.02	76.4	1807	1.06	77.6	1824	1.19	78.5	1847	1.12	77.9	1868
	$E \text{ (эВ)}$	141.45	141.69	142.87	134.84	135.1	136.35	125.61	125.89	127.22	115.08	115.32	116.76	102.55	102.94	104.46
	$L \text{ (мм)}$	120.33	120.52	121.44	110.88	111.07	112.0	98.62	98.81	99.73	85.74	85.94	86.87	72.09	72.33	73.22
	$dL \text{ (мм)}$	0.0025	0.02	0.21	0.0022	0.021	0.21	0.003	0.022	0.22	0.0023	0.023	0.23	0.0024	0.025	0.23

при $r_0 = 20$ мм. При этом ШППВ для одинаковых величин ширины кольца эмиссии имеет величину одного порядка.

Параметр, обозначаемый в таблице как L , это удаление максимума РЭПЦ определенной энергии от источника электронов. L показывает, где будет располагаться этот максимум. Именно там следует располагать ВД. При увеличении r_0 и P_y это расстояние убывает. Оптимальную ширину ВД можно определить исходя из величины ШППВ, обозначенной в таблице как dL . Если учесть результаты работы [14], в которой моделировался вид АФ в зависимости от ширины ВД и других параметров, то, по-видимому, оптимальной будет ширина ВД в диапазоне $1-2 dL$.

При увеличении ширины кольца эмиссии (dH_0) ШППВ быстро падает, а в зависимости от r_0 и P_y ведет себя более сложно, чем L . При постоянных значениях P_y и при $dH_0 = 1$ мкм ШППВ имеет наибольшее значение при $r_0 = 10$ мм. При $dH_0 = 10$ мкм наибольшее значение ШППВ расположено между $r_0 = 5$ мм и $r_0 = 15$ мм при $P_y = 1-10$ мм, смещается к $r_0 = 5$ мм при $P_y = 15-20$ мм. А при $dH_0 = 100$ мкм наибольшее значение ШППВ достигается при $r_0 = 5$ мм. При постоянных значениях r_0 и при любых используемых нами значениях dH_0 ШППВ при $r_0 = 0$ уменьшается примерно в 2 раза при увеличении P_y от 1 до 20 мм. При остальных значениях радиуса КЭ такого сказать нельзя.

Величина, обозначенная в таблице как E , это энергия, при которой на ЦВД получается максимум РЭПЦ. При изменении ширины кольца эмиссии эта энергия меняется (растет) незначительно (почти незаметно). А при изменении (увеличении) r_0 и P_y уменьшается весьма быстро. Знание энергии E и ее зависимости от параметров r_0 , P_y и dH_0 позволяет проводить калибровку статического электронного спектрометра.

Если требуется значительно повысить выходной сигнал (величину тока на детекторе), то для этого существует несколько методов:

Первый метод — увеличение интенсивности первичного излучения весьма ограничен, т. к. это может привести к повышению давления адсорбированных газов, нагреванию образца и подложки, что вызовет выход растворенных в объеме образца газов и даже приведет к разрушению образца.

Второй метод — увеличение ширины выходной диафрагмы прямо ведет к уменьшению разрешающей способности и ограничено шириной со-

ответствующего пика РЭПЦ по ЦВД.

Третий метод — повышение площади, с которой отбирается ток, попадающий на детектор. В этом направлении есть два пути: увеличение толщины кольца эмиссии и увеличение радиуса кольца эмиссии. Первый путь ведет к увеличению ширины РЭПЦ (см. таблицу, строки с dL) и уменьшению разрешающей способности. Из рис. 4 видно, что при увеличении радиуса кольца эмиссии на порядок пик несколько удаляется от источника, энергия пика при этом увеличивается, а интенсивность, с одной стороны, растет до порядка за счет роста площади кольца эмиссии (см. таблицу), а с другой стороны, падает на единицы процентов за счет сдвига пика вдоль оси Z , т. е. смещения пика относительно ВД. Второй путь несколько увеличивает ширину РЭПЦ (см. рис. 4 и таблицу), значительно изменяется энергия фокусировки, спектр заметно сдвигается по шкале энергий и сдвигается РЭПЦ по поверхности ЦВД. Следовательно, требуется передвинуть ВД и перенастроить шкалу энергий.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получили, что при переходе от схемы ось—ось (или ось—кольцо) к схеме кольцо—кольцо величина пиков значительно увеличивается, пики становятся несимметричными, хвосты пиков заметно возрастают. Но при этом ШППВ увеличивается не более чем на порядок.

Большая величина хвостов пиков делает изменение схемы кольцо—кольцо неудобным без дополнительных действий, которые бы уменьшили или вообще удалили хвосты пиков.

Увеличение радиуса кольца эмиссии является предпочтительным методом увеличения выходного сигнала (или повышения чувствительности), но требует перенастройки ЦЗ (перемещения ВД и новой калибровки шкалы энергий).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение значения r_m

Для нахождения величины r_m используем уравнение $\frac{dr}{dt}|_{r=r_m} = 0$. При этом выражение под радикалом в (7) принимает вид:

$$\sin^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 \varphi \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \frac{1}{x^2} - \frac{1}{k} \ln(x) = 0, \quad \text{где}$$

$x = r/r_1$. При численном решении этого уравнения методом половинного деления легко получить точность 11 знаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.П., Явор С.Я. Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. 224 с.
2. Козлов И.Г. Современные проблемы электронной спектроскопии. М.: Атомиздат, 1978. 248 с.
3. Yavor M. Optics of charged particle analyzers. Elsevier, *Advances in Imaging and Electron Physics*, 2009, vol. 157. 381 p.
4. Заишвар В.В., Корсунский М.И., Лавров В.П., Редькин В.С. О влиянии конечного размера источника на фокусировку пучка заряженных частиц в электростатическом спектрометре с цилиндрическим полем // *ЖТФ*. 1971. Т. 41, № 1. С. 187–192.
5. Сар-Эль Х.З. Анализатор типа цилиндрического зеркала с входной и выходной щелями на поверхности электрода. I. Нерелятивистский случай // *Приборы для научных исследований*. 1971. Т. 42, № 11. С. 43–48 (первоисточник англ., Doi: 10.1063/1.1684948).
6. Аксела С. Аппаратная функция цилиндрического анализатора энергий электронов // *Приборы для научных исследований*. 1972. Т. 43, № 9. С. 122–128 (первоисточник англ., Doi: 10.1063/1.1685923).
7. Дрейтер Д.Е., Ли Ч.-И. Характеристики анализатора типа цилиндрического зеркала с геометрией "кольцо—ось", "ось—ось" и $n = 1.5$ при конечных размерах источника и щели для углов средней траектории 30, ..., 65° // *Приборы для научных исследований*. 1977. Т. 48, № 7. С. 138–154 (первоисточник англ., Doi: 10.1063/1.1135170).
8. Заишвар В.В., Корсунский М.И., Космачев О.С. Фокусирующие свойства электростатического зеркала с цилиндрическим полем // *ЖТФ*. 1966. Т. 36, № 1. С. 132–137.
9. Заишвар В.В., Ашимбаева Б.У. Корректор линии фокусов электростатического зеркала с полем, близким к цилиндрическому // *ЖТФ*. 1976. Т. 46, № 8. С. 1755–1759.
10. Шевченко С.И. Некоторые аспекты работы энергоанализатора типа цилиндрическое зеркало. Ч. III // *Научное приборостроение*. 2013. Т. 23, № 3. С. 56–68. URL: <http://213.170.69.26/mag/2013/full3/Art8.pdf>.
11. Кельман В.М., Явор С.Я. Электронная оптика. Л.: Наука, 1968. 372 с.
12. Крылов В.И. Шульгина Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1966. 370 с.
13. Абрамовиц В.А., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
14. Шевченко С.И. Метод вычисления аппаратной функции аксиальных электростатических энергоанализаторов // *Научное приборостроение*. 2010. Т. 20, № 2. С. 73–81. URL: <http://213.170.69.26/mag/2010/full2/Art10.pdf>.
15. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. Популярная лекция по математике. Вып. 46. М.: Наука, 1968. 64 с.
16. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1973. 228 с.
17. Хемминг Р.В. Численные методы. М.: Наука, 1968. 400 с.
18. Шевченко С.И. О нижнем и верхнем вводе электронов в энергоанализатор типа цилиндрическое зеркало. Ч. 1 // *Научное приборостроение*. 2015. Т. 25, № 3, с. 19–28. URL: <http://213.170.69.26/mag/2015/full3/Art3.pdf>.

**Институт аналитического приборостроения РАН,
г. Санкт-Петербург**

Контакты: Шевченко Сергей Иванович,
pygo2@yandex.ru

Материал поступил в редакцию: 18.11.2016

ABOUT THE PROPERTIES OF CYLINDRICAL MIRRORS FOR THE ACCOUNTING OF ELECTRONS WITH THE AZIMUTHAL COMPONENT OF VELOCITY. THE DISTRIBUTION OF ELECTRONS NEAR THE OUTPUT APERTURE

S. I. Shevchenko

Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg, Russia

By numerical simulation the distribution of electrons on the surface of the cylinder containing the output aperture for schemes axele-ring and the ring-ring of the cylindrical mirror are investigated. The distributions for different values of the starting radius, the radius of the cylinder and the width of the emission ring are obtained. It is shown that for a fixed width emission rings and increasing its radius among two competing processes (increase the current on detector by increasing the area of emissions and current decreasing due to the greater proportion of electrons with an azimuthal velocity component) dominates the first. It is shown that the peaks of the electron distribution on the surface of the cylinder are increased significantly with increasing radius of the emission ring, becoming asymmetrical with increasing of the peak tails.

Keywords: energy analyzer, cylindrical mirror, emission ring, output aperture

REFERENCES

1. Afanas'ev V.P., Yavor S.Ya. *Elektrostaticheskie ehnergoanalizatory dlya puchkov zaryazhennykh chastic* [Electrostatic power analyzers for bunches of charged particles]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 224 p. (In Russ.).
2. Kozlov I.G. *Sovremennyye problemy ehlektronnoy spektroskopii* [Modern problems of electronic spectroscopy]. Moscow, Atomizdat Publ., 1978. 248 p. (In Russ.).
3. Yavor M. *Optics of charged particle analyzers*. Elsevier, Advances in Imaging and Electron Physics, 2009, vol. 157. 381 p.
4. Zashkvara V.V., Korsunskij M.I., Lavrov V.P., Red'kin V.S. [About influence of the final size of a source on focusing of a bunch of charged particles in an electrostatic spectrometer with the cylindrical field]. *ZhTF* [Technical Physics], 1971, vol. 41, no. 1, pp. 187–192. (In Russ.).
5. Sar-El H.Z. Cylindrical mirror analyzer with surface entrance and exit slots. I. Nonrelativistic Part. *Review of Scientific Instruments*, 1971, vol. 42, no. 11, pp. 43–48. Doi: 10.1063/1.1684948 [Russ. ed.: Sar-El H.Z. *Pribory dlya nauchnykh issledovaniy*, 1971, vol. 42, no. 11, pp. 43–48].
6. Aksela S. Instrument function of a cylindrical electron energy analyzer. *Review of Scientific Instruments*, 1972, vol. 43, no. 9, pp. 122–128. Doi: 10.1063/1.1685923 [Russ. ed.: Aksela S. *Pribory dlya nauchnykh issledovaniy*, 1972, vol. 43, no. 9, pp. 122–128].
7. Draper J.E., Lee Ch.-yi. Response functions of ring-to-axis, axis-to-axis, and $n=1.5$ cylindrical mirror analyzers with finite source and slit and central angle 30° – 65° . *Review of Scientific Instruments*, 1977, vol. 48, no. 7, pp. 138–154. Doi: 10.1063/1.1135162 [Russ. ed.: Draper J.E., Lee Ch.-yi. *Pribory dlya nauchnykh issledovaniy*, 1977, vol. 48, no. 7, pp. 138–154].
8. Zashkvara V.V., Korsunskij M.I., Kosmachev O.S. [The focusing properties of an electrostatic mirror with the cylindrical field]. *ZhTF* [Technical Physics], 1966, vol. 36, no. 1, pp. 132–137. (In Russ.).
9. Zashkvara V.V., Ashimbaeva B.U. [The proofreader of the line of focuses of an electrostatic mirror with the field close to cylindrical]. *ZhTF* [Technical Physics], 1976, vol. 46, no. 8, pp. 1755–1759. (In Russ.).
10. Shevchenko S.I. [Some aspects of the energy analyzer work of a cylindrical mirror type. Part III]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2013, vol. 23, no. 3, pp. 56–68. URL: <http://213.170.69.26/mag/2013/full3/Art8.pdf>. (In Russ.).
11. Kel'man V.M., Yavor S.Ya. *Elektronnaya optika* [Electron optics]. Leningrad, Nauka Publ., 1968. 372 p. (In Russ.).
12. Krylov V.I. Shul'gina L.T. *Spravochnaya kniga po chislennomu integrirvaniyu* [The reference book on numerical integration]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 370 p. (In Russ.).
13. Abramovic V.A., Stigan I. *Spravochnik po special'nykh funkciyam* [Reference book on special functions]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 830 p. (In Russ.).
14. Shevchenko S.I. [Multidimensional functions' approximation]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2010, vol. 20, no. 2, pp. 73–81. URL: <http://213.170.69.26/mag/2010/full2/Art10.pdf>. (In Russ.).
15. Sobol' I.M. *Metod Monte-Karlo*. Populyarnye lektsii po matematike [Monte-Carlo method. Popular lectures on mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1968, no. 46. 64 p. (In Russ.).
16. Dvajt G.B. *Tablicy integralov i drugie matematicheskie formuly* [Tables of integrals and other mathematical formulas]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 228 p. (In Russ.).
17. Hemming R.V. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 400 p. (In Russ.).

18. Shevchenko S.I. [About the lower and upper input of electrons in cylindrical mirror analyzer. Part 1]. *Nauchnoe Priborostroenie* [Scientific Instrumentation], 2015, vol. 25, no. 3, pp. 19–28. Doi: 10.18358/np-25-3-i1928. (In Russ.).

Contacts: *Shevchenko Sergey Ivanovich*,
nyro2@yandex.ru

Article received in edition: 18.11.2016