

УДК 537.533.3

© Л. Н. Галль, **Ю. К. Голиков**

АХРОМАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ТРАНСПОРТИРУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ С ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ (1987 г.)

В статье в точных математических терминах сформулирована задача оптимального согласования сформированного источником пучка заряженных частиц и диспергирующего элемента и сконструирован класс трехмерных электрических полей аддитивного типа, реализующих ахроматическую фокусировку ленточных пучков в тонком слое возле плоскости симметрии.

Кл. сл.: пучки заряженных частиц, транспортировка ионов, оптимальное согласование

ВВЕДЕНИЕ

Эта статья была опубликована впервые в сборнике научных трудов "Научное приборостроение. Приборы и средства автоматизации для научных исследований" (Ленинград: Ленинградское отделение изд-ва "Наука", 1987. Отв. ред. М.Л. Александров). В ней, в частности, для целей транспортировки рассматриваются электрические поля типа гармонического осциллятора (Ю.К. Голиков также использовал поля этого типа для синтеза энергоанализаторов и времяпролетных масс-анализаторов с идеальными характеристиками). Следует отметить, что статья не потеряла актуальности и сегодня, когда проблема ахроматической / изохронной транспортировки стала особенно важной в силу победоносного шествия времяпролетных масс-анализаторов с присущей этим приборам проблемой транспортировки на вход анализатора максимально короткого импульса заряженных частиц с максимальным фазовым объемом.

При подготовке этой работы к повторной печати были исправлены отдельные опечатки и неточности и вставлены сноски, касающиеся деталей используемого математического аппарата. Кроме того, добавлен более развернутый анализ примера (17).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В современном масс- и энергоанализе заряженных частиц существует важная практическая проблема транспортировки заряженных частиц от источника до входа в диспергирующий элемент, непосредственно связанная с проблемой увеличения чувствительности. Обычно ее решают при по-

мощи транспортирующих систем, включающих одну или несколько известных линз, рассчитанных, как правило, в параксиальном приближении и редко — с учетом аберраций [1]. Правильное проектирование устройств транспортировки сопряжено не только с вычислительными трудностями, но, что гораздо важнее, с принципиальным ограничением возможностей традиционных линз, основное назначение которых — создание правильного оптического изображения малых объектов посредством узких пучков заряженных частиц.

Задачи, которые призваны решать транспортирующие системы в аналитических приборах, гораздо шире, разнообразней и противоречивей. Необходимость постоянно повышать чувствительность при сохранении высокой разрешающей способности приводит к необходимости формировать пучки из частиц с большим угловым, линейным и энергетическим разбросом, что существенно усложняет поиск эффективных средств транспортировки пучков.

Основную задачу для таких устройств удобно сформулировать как задачу оптимального согласования сформированного источником пучка заряженных частиц и диспергирующего элемента. В точных математических терминах она выглядит следующим образом. Пусть имеется какой-либо объемный источник заряженных частиц. Поместим возле него поверхность J с криволинейными координатами ξ, η на ней и вычислим в каждой ее точке плотность потока частиц N в направлении с углами θ, γ при энергии E для заряда q и массы m с учетом возможной зависимости от времени t : $N = N(\xi, \eta, \theta, \gamma, E, q, m, t)$. Эту поверхность можно рассматривать как эквивалентный поверхностный эмиттер.

Предположим далее, что на некотором расстоянии от J выбрана поверхность K , рассматриваемая как вход в следующий за ней диспергирующий элемент, т. е. в собственно анализатор. Пусть на K задана функция эмиссии $M(\xi^*, \eta^*, \theta^*, \gamma^*, E^*, q^*, m^*, t^*)$, наилучшим образом отвечающая работе данного анализатора, так что последний при этой функции обладает наибольшей чувствительностью и разрешающей способностью по интересующим нас параметрам — например, по массе, энергии или по углам γ , θ и т. д. Между J и K следует разместить электромагнитную транспортирующую систему, удовлетворяющую в идеале следующим условиям:

- поток заряженных частиц преобразуется так, что N переходит в M , где значок "*" соответствует преобразованным переменным;
- поля транспортирующей системы не влияют на работу источника частиц и диспергирующего устройства.

Совершенно очевидно, что далеко не при всех N и M возможно преобразование их друг в друга посредством электромагнитного воздействия. Естественным ограничивающим фактором здесь могут являться инварианты Лагранжа—Гельмгольца и Лиувилля, интеграл энергии и т. д. Современное состояние теории не позволяет однозначно сформулировать минимальный набор необходимых и достаточных признаков для функций N и M , по которым можно практически определить, возможна или невозможна заданная трансформация в классе максвелловых полей. Имеющийся в литературе огромный материал еще ждет систематизации с этой или иной общей точки зрения.

В данной работе остановимся на простейшем типе систем транспортировки, а именно, на поиске удобных электростатических полей, реализующих ахроматическую фокусировку ленточных пучков, концентрирующихся в тонком слое возле плоскости симметрии трехмерных лапласовых полей специального вида.

В качестве достаточно простого и в то же время интересного как для теории, так и для практического применения класса систем возьмем полевые структуры в виде ортогональной суперпозиции двумерных лапласовых потенциалов¹⁾ с общей

плоскостью симметрии xu

$$\Phi = \operatorname{Re} [f(x + iz) + p(y + iz)]. \quad (1)$$

В плоскости симметрии xu ход потенциала $\varphi(x, y)$ описывается выражением

$$\varphi = f(x) + p(y), \quad (2)$$

и, следовательно, переменные в уравнении движения частицы разделяются, что делает выбранный класс чрезвычайно удобным для аналитического исследования.

Поставим теперь следующую задачу транспортировки ленточного потока ионов массы m и заряда q . Пусть из точки $x = x_0$, $y = y_0$ под всевозможными углами θ к оси x вылетают ионы с различными скоростями $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$. Требуется собрать все эти ионы в некоторой заданной точке $x = x_k$, $y = y_k$ по возможности в широком диапазоне скоростей и углов. Будем искать решение этой задачи в классе структур (2) и в первую очередь зададимся вопросом: существуют ли функции f и p , при которых одновременно достигается идеальная фокусировка в точке x_k , y_k по углу θ и энергии

$$\varepsilon = m \left(\frac{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2}{2} \right)?$$

РЕШЕНИЕ

В работе [3] изучалось осесимметричное гиперболическое поле с потенциалом

$$\Phi = \Phi_0 \left(\frac{x^2 + y^2}{2} - z^2 \right) \quad \text{как основа эффективного}$$

энергоанализатора и показано, что в плоскости xu имеется идеальная фокусировка по углу, но только при нулевой энергетической дисперсии. Это редкое свойство идеальным образом решает задачу ахроматической фокусировки. Покажем, что существует целое семейство полей из класса (1), обладающих тем же свойством, но более соответствующих целям транспортировки.

Рассмотрим потенциалы общих гиперболических полей вида

$$\Phi = a^2 \frac{x^2}{2} + b^2 \frac{y^2}{2} - (a^2 + b^2) \frac{z^2}{2}. \quad (3)$$

Непосредственной подстановкой легко убедиться, что при любых a и b функция (3) удовлетворяет уравнению Лапласа. Экипотенциальные поверхности этого поля суть однополостные и двухполостные гиперболоиды, при $\Phi = 0$ выро-

¹⁾ Вещественная (мнимая) часть функции комплексного переменного удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа и, следовательно, представляет из себя потенциал двумерного электростатического поля. Справедливо и обратное утверждение: любая функция, удовлетворяющая двумерному уравнению Лапласа, является вещественной (мнимой) частью некоторой подходящей функции комплексного переменного [2].

дающиеся в конус, причем в сечении их плоскостями, параллельными xu , получаются эллипсы с отношением полуосей a/b . В плоскости xu имеем

$$\varphi = \frac{a^2 x^2 + b^2 y^2}{2} \quad (4)$$

и линейные уравнения движения

$$\ddot{x} = -\frac{qa^2}{m}x, \quad \ddot{y} = -\frac{qb^2}{m}y, \quad (5)$$

интегралы которых с учетом начальных данных $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos\left(a\sqrt{\frac{q}{m}}t\right) + \frac{\dot{x}_0}{a}\sqrt{\frac{m}{q}}\sin\left(a\sqrt{\frac{q}{m}}t\right); \\ y &= y_0 \cos\left(b\sqrt{\frac{q}{m}}t\right) + \frac{\dot{y}_0}{b}\sqrt{\frac{m}{q}}\sin\left(b\sqrt{\frac{q}{m}}t\right). \end{aligned} \quad (6)$$

В общем случае этим уравнениям соответствуют ограниченные колебания, причем для кратных отношений a/b частицы описывают фигуры Лиссажу, на которых и достигаются условия идеальной ахроматической фокусировки по углу вылета. Действительно, положим в (6) $b=na$, где n — целое число, и вычислим положение частицы в момент $t = (\pi/a)\sqrt{m/q}$. Имеем:

$$x_k = -x_0; \quad y_k = y_0 \cos(n\pi).$$

Видим, что при любом целом n все частицы проходят через одну и ту же точку x_k, y_k независимо от энергии и угла вылета. При нечетных n образ источника симметричен относительно центра $x=y=0$, при четных n он симметричен относительно оси y . Если бы источники заполняли какую-либо площадку в плоскости xu , то рассматриваемые поля транспортировали их идеально, особенно если угловое распределение изотропно. Подбирая n , можно строить идеально вытянутые по оси x эллиптические гиперboloиды, удобные для практики. Недостатком этих систем является расфокусировка пучка в направлении оси z , с чем, однако, обычно справляются сами диспергирующие поля.

Других систем с идеальной фокусировкой по углу и энергии среди структур (2) непосредственно обнаружить не удастся, однако для практики такое предельное сочетание свойств требуется очень редко. Вполне достаточно, если система обеспечивает хорошую фокусировку по углу возле выделенного направления, а фокусировка по энергии достигается в небольших пределах изменения E . Такая ситуа-

ция возможна, например, в случае источника с диаграммой направленности в виде узкого лепестка.

Выделим из класса (2) многообразие структур вида

$$\varphi = \frac{a^2 x^2}{2} + p(y), \quad (7)$$

где $p(y)$ — произвольная однозначная аналитическая функция. Движение по оси x совпадает с (6), а движение по оси y интегрируется в квадратурах²⁾ в виде зависимости $t=t(y)$, подставив которую в $x(t)$ из (6), получим геометризованное уравнение траектории в виде $x=x(y)$, или же

$$x = x_0 \cos T(y) + k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \sin T(y); \quad (8)$$

$$T(y) = a\sqrt{q/2} \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{A + qp(y_0) - qp(y)}}; \quad (9)$$

$$k = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2}{q}}; \quad A = \varepsilon \sin^2 \theta, \quad \theta > 0. \quad (10)$$

Интеграл (9) вычисляется по данной формуле только до точки поворота по оси y , где радикал обращается в ноль (в случае наличия такой точки). После точки поворота знак радикала следует поменять на "минус" и т. д.

Фиксируем в (8) и вычислим $x_\theta, x_{\theta\theta}, x_E$, характеризующие смещения частицы вдоль прямой $y = \text{const}$ в зависимости от θ и E . Имеем:

$$\begin{aligned} x_\theta &= \\ &= (-x_0 \sin T + k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cos T)T_\theta - k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta \sin T; \end{aligned} \quad (11)$$

²⁾ Начальные условия $\dot{x}_0, \dot{y}_0$ выражаются через начальную кинетическую энергию $\varepsilon = m(\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2)/2$ и начальный угол вылета θ как $\dot{x}_0 = \cos \theta \sqrt{2\varepsilon/m}$, $\dot{y}_0 = \sin \theta \sqrt{2\varepsilon/m}$. Кроме того, в силу независимости движения по оси x от движения по оси y энергии движения по осям x и y сохраняются независимо: $m\dot{x}^2/2 + (qa^2/2)x^2 = m\dot{x}_0^2/2 + (qa^2/2)x_0^2$, $m\dot{y}^2/2 + qp(y) = m\dot{y}_0^2/2 + qp(y_0)$.

Отсюда следует, что

$$dy/dt = \pm \sqrt{(2/m)(m\dot{y}_0^2/2 + qp(y_0) - qp(y))},$$

$$\text{т. е. } \pm dy / \sqrt{(2/m)(m\dot{y}_0^2/2 + qp(y_0) - qp(y))} = dt,$$

где знак выбирается в соответствии со знаком приращения dy (направлением движения по оси y).

$$x_{\theta\theta} = \left(-x_0 \sin T + k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cos T\right) T_{\theta\theta} + \\ + \left(-x_0 \cos T - k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \sin T\right) T_{\theta}^2 - \\ - 2k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta \cos T \cdot T_{\theta} - k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \sin T; \quad (12)$$

$$x_{\varepsilon} = \left(-x_0 \sin T + k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cos T\right) T_{\varepsilon} + \frac{k \cos \theta \sin T}{2\sqrt{\varepsilon}}. \quad (13)$$

Если функция p не имеет особенностей, то всегда найдется момент, в который функция T примет значение $T = \pi$, т. к. интеграл (9) с точностью до множителя описывает время движения, изменяющееся от 0 до ∞ . При этом условии из (8) очевидно

$$x|_{T=\pi} = -x_0 \quad (14)$$

и далее из (11)–(13):

$$x_{\theta}|_{T=\pi} = -k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cdot T_{\theta};$$

$$x_{\theta\theta}|_{T=\pi} = -k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cdot T_{\theta\theta} + x_0 T_{\theta}^2 + 2k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta \cdot T_{\theta}; \quad (15)$$

$$x_{\varepsilon}|_{T=\pi} = -k\sqrt{\varepsilon} \cos \theta \cdot T_{\varepsilon}.$$

Кроме того, из (9) имеем при $y = \text{const}$

$$T_{\theta} = T_A A_{\theta} = 2\varepsilon \sin \theta \cos \theta \cdot T_A. \quad (16)$$

Из полученных формул легко теперь увидеть,³⁾ что при вертикальном старте пучка при $\theta = \pi/2$ и условии $T = \pi$ все величины T_{θ} , x_{θ} , $x_{\theta\theta}$, x_{ε} обращаются в нуль и, следовательно, достигается

³⁾ Можно поставить задачу по-другому: когда выполняются условия $x_{\theta} = 0$, $x_{\varepsilon} = 0$, $x_{\theta\theta} = 0$? Если потребовать, чтобы $x_{\theta} = 0$, $x_{\varepsilon} = 0$, то имеются лишь два варианта: $\cos \theta = 0$, $\sin T = 0$ и $\sin \theta = 0$, $\sin T = 0$. При $\cos \theta = 0$, $\sin T = 0$ всегда имеем $x_{\theta\theta} = 0$. При $\sin \theta = 0$, $\sin T = 0$ величина $x_{\theta\theta} = \pm 2k\varepsilon^{3/2} T_A$ (т. е. для обнуления $x_{\theta\theta}$ требуется $T_A = 0$), зато всегда обращаются в нуль величины $x_{\theta\varepsilon}$, $x_{\varepsilon\varepsilon}$, $x_{\theta\varepsilon\varepsilon}$, T_{θ} , T_{ε} , $T_{\theta\varepsilon}$, $T_{\varepsilon\varepsilon}$, $T_{\theta\varepsilon\varepsilon}$. В обоих случаях $T_{\theta} = 0$ (транспортировка изохронна по углу в первом порядке), но чтобы в первом случае транспортировка была еще и изохронна по энергии в первом порядке опять-таки потребуется выполнение условия $T_A = 0$. При этом условие $T_A = 0$ оказывается куда как более мощным, чем это кажется с первого взгляда: а) когда $\cos \theta = 0$, $\sin T = 0$, $T_A = 0$, то единственными ненулевыми аберрациями не выше третьего порядка будут $x_{\theta\varepsilon\varepsilon} = \pm k\sqrt{\varepsilon} T_{AA}$, $T_{\varepsilon\varepsilon} = T_{AA}$, $T_{\theta\theta\varepsilon} = -2\varepsilon T_{AA}$, $T_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon} = T_{AAA}$; б) когда $\sin \theta = 0$, $\sin T = 0$, $T_A = 0$, то все аберрации вплоть до третьего порядка для $x(\theta, \varepsilon)$ и $T(\theta, \varepsilon)$ обращаются в нуль!

фокусировка второго порядка по углу и первого порядка по энергии ε . Расчет величин $x_{\theta\theta\theta}$, $x_{\theta\varepsilon}$ и $x_{\varepsilon\varepsilon}$ показывает, что в этих условиях в общем случае они не уничтожаются, хотя, конечно, существуют конкретные варианты с более высоким порядком фокусировки.

Таким образом, доказана теорема о транспортирующих свойствах полей вида (7), а именно:

"В полях типа (7) всегда существует бездисперсионная фокусировка второго порядка по углу при надлежащем выборе позиции приемника относительно источника".

ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим осесимметричное лапласово поле с потенциалом вида

$$\Phi = \Phi_0 \left(b \ln(r/L) - \frac{1}{2} (r/L)^2 + (z/L)^2 \right), \quad (17)$$

где r , z — цилиндрические координаты, L — пространственный масштаб, Φ_0 — масштаб электрических напряжений и энергий. В работах [4], [5] уже изучались энергоанализирующие свойства этого поля, но, конечно, не с точки зрения ахроматической транспортировки. С точностью до обозначений функция (17) является частным случаем структуры (7), и к ней применим найденный выше принцип. Следовательно, при отсутствии азимутальных возмущений и при вертикальном старте пучка заряженных частиц данное поле реализует для кольцевого источника и кольцевого приемника бездисперсионную фокусировку второго порядка по меридиональному углу (углу, лежащему в плоскости (rz)).

Возможен случай, когда и источник, и приемник расположены в плоскости $z = 0$, но также возможна фокусировка кольцевого источника, расположенного в позиции $z = z_0 \neq 0$, на симметрично расположенное кольцо $z = -z_0$. Чтобы определить радиусы кольца-объекта и кольца-изображения, надо найти положения, для которых интеграл (9) принимает значение, равное π :

$$T(r'_A, r'_B) = \int_{r'_A}^{r'_B} \frac{dr'}{\sqrt{\mu - b \ln(r') + \frac{1}{2} (r')^2}} = \pi.$$

Здесь выполнен переход к нормированным координатам $r' = r/L$ и введен параметр

$\mu = \varepsilon / (q\Phi_0) + b \ln(r'_A) - \frac{1}{2} (r'_A)^2$ — нормированная полная радиальная энергия частиц.

Следует отдельно рассматривать случаи, когда имеется точка поворота, а также учесть, что в соответствии с данной теорией функция $p(y)$ на всем интервале движения должна быть либо монотонно растущей, либо монотонно убывающей. Чтобы не загромождать пример сверх необходимого, ограничимся случаем $b < 0$. С помощью дополнительной нормировки $\hat{r} = r'/\sqrt{-b}$, $\hat{\mu} = \mu/(-b) - (1/2)\ln(-b)$ можно избавиться от параметра b в интеграле. На рисунке показаны графики интегралов $\hat{T}(s) = \int_1^s ds/\sqrt{\hat{\mu} + \ln s + s^2/2}$ при различных значениях параметра $\hat{\mu}$. Выбирая вдоль подходящей кривой значения s_A и s_B так, чтобы было выполнено условие $\hat{T}(s_B) - \hat{T}(s_A) = \pi$, и затем, пересчитывая значения s_A и s_B в физические координаты, а $\hat{\mu}$ — в начальную кинетическую энергию, получим сопряженную пару колец "источник—приемник" для поля (17). По такой же схеме строятся конфигурации с многократными промежуточными фокусами, соответствующие условию $T = \pi k$.

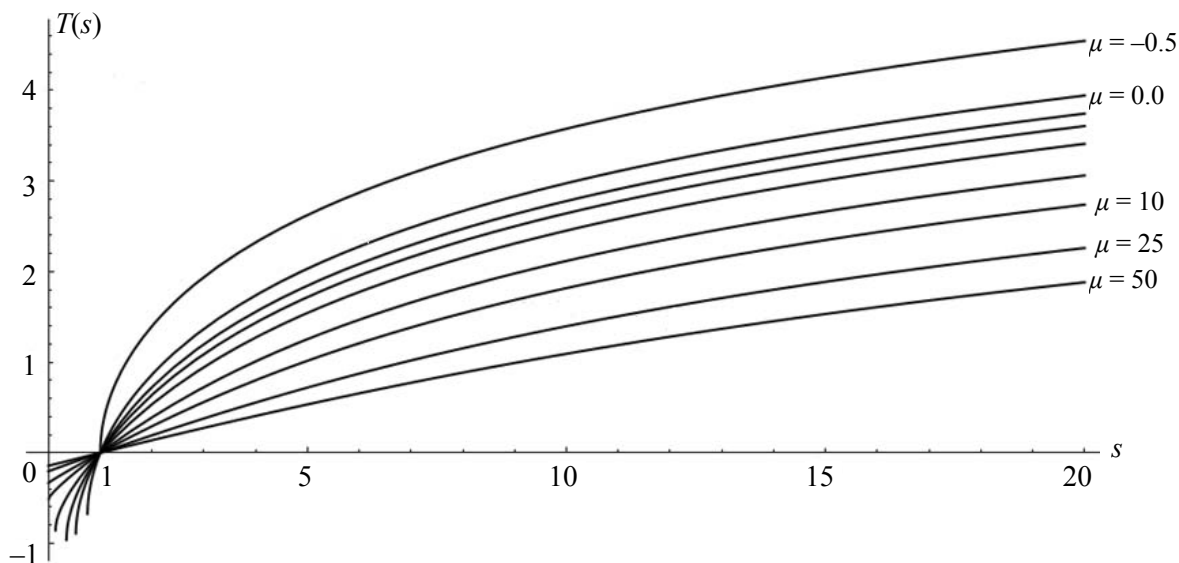
ТРАНСПОРТИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА ДВУМЕРНЫХ ПОЛЕЙ С ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

В заключение разберем транспортирующие свойства двумерных полей с плоскостью симметрии (случай $a = 0$ для формулы (7)). Пусть $\varphi = p(y)$ есть ход потенциала в плоскости симметрии $z = 0$, причем $p(y)$ — монотонно растущая функция и $p(0) = 0$. Из точки $x = y = 0$ вылетает пучок ионов с углами θ и энергией ε . Частицы описывают дугу и возвращаются на ось x в точке $x = X$.

С помощью интеграла энергии $m\dot{y}^2/2 + qp(y) = \text{const} = \varepsilon \sin^2 \theta$ находим время полета до точки поворота и обратно

$$t_n = \sqrt{2m/q} \int_0^{y_{\max}} \frac{dy}{\sqrt{B - p(y)}}, \quad (18)$$

где $B = \varepsilon \sin^2 \theta / q$, а $y_{\max}$ — координата вершины, определяемая из уравнения $p(y_{\max}) = \varepsilon \sin^2 \theta / q$.



Графики интеграла $T(s) = \int_1^s ds/\sqrt{\mu + \ln s + s^2/2}$ при различных значениях безразмерного параметра μ ($\mu = -0.5, 0.0, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 25.0, 50.0$).

За это время частица сместится вдоль оси x на величину $X = \dot{x}_0 t_n$, равную

$$X = 2\sqrt{\varepsilon/q} \cos \theta \int_0^{y_{\max}} \frac{dy}{\sqrt{B-p(y)}}. \quad (19)$$

Будем искать нужные функции $p(y)$ в виде неявной зависимости

$$y = F(p), \quad (20)$$

где F — монотонно растущие функции и $F(0) = 0$. Равенство (19) примет вид

$$X = 2\sqrt{\varepsilon/q} \cos \theta \int_0^B \frac{F_p dp}{\sqrt{B-p}}. \quad (21)$$

Фиксируем какое-либо направление θ_0 , тогда величина $X = X(B)$, причем B может меняться только за счет ε . Из (21) имеем уравнение вида

$$\begin{aligned} X(B) \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{2} &= \sqrt{\varepsilon \sin^2 \theta/q} \int_0^B \frac{F_p dp}{\sqrt{B-p}} = \\ &= \sqrt{B} \int_0^B \frac{F_p dp}{\sqrt{B-p}}. \end{aligned} \quad (22)$$

При любых $F_p > 0$ правая часть (22) есть монотонно растущая функция, и, следовательно, координата X прилета частиц на ось x для ионов, выстреливаемых под углом θ_0 к оси x , растет с ростом ε . Надеяться на фокусировку пучка по энергии уже нельзя. Тем не менее из (22) следует, что, задав подходящую монотонную функцию $X(B)$, всегда можно найти в явной форме функцию F_p и далее $F(p)$, т. к. относительно F_p она есть хорошо известное уравнение Абеля [5]. Используя стандартный метод решения для него и интегрируя результат по p , получим следующую формулу восстановления потенциала по дисперсионному свойству поля:

$$y = F(p) = \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{2\pi} \int_0^p \frac{X(B) dB}{\sqrt{B(p-B)}}. \quad (23)$$

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве примера найдем вариант малодисперсионного поля, пригодного для задачи ахроматической транспортировки. Возьмем $X(B) = X_0 \operatorname{ctg} \theta_0 \sqrt{B/(B+u_0)}$. С ростом B эта функция

весьма быстро приближается к постоянной $X_\infty = X_0 \operatorname{ctg} \theta_0$. Подстановка в (23) дает

$$\begin{aligned} y = F(p) &= \frac{X_0}{2\pi} \int_0^p \frac{dB}{\sqrt{(B+u_0)(p-B)}} = \\ &= \frac{X_0}{2\pi} \left(2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{B+u_0}}{\sqrt{p-B}} \right) \right) \Big|_{B=0}^{B=p} = \\ &= \frac{X_0}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{u_0}{p}} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

После разрешения (24) относительно $p(y)$:

$$p(y) = u_0 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi y}{X_0} \right). \quad (25)$$

На прямой $y = X_0/2$ функция $p(y)$ обращается в ∞ и мы имеем особую линию с бесконечной напряженностью. Можно предположить, что малодисперсионные поля заведомо обязаны нарастать по координате y в отличие от высокодисперсионных полей, быстро спадающих с ростом y .

Наш анализ совершенно не затронул вопросы фокусировки в поперечном к плоскости симметрии направлении,⁴⁾ и дело требует дальнейшей разработки, однако уже изученный небольшой материал ясно показывает, сколь перспективен класс полей с разделяющимися движениями в качестве транспортирующих устройств для аналитических приборов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бэнфорд А.Д. Транспортировка пучков заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1969. 240 с.
2. Голиков Ю.К., Уткин К.Г., Чепарухин В.В. Расчет элементов электростатических электронно-оптических систем: учебное пособие. Л.: Изд-во Ленинградского политехнического института, 1984. 79 с.

⁴⁾ С хорошей вероятностью можно ожидать, что пучок будет оставаться ленточным (сосредоточенным в окрестности плоскости $z=0$), если во всей области движения частиц при отклонении от плоскости $z=0$ возникает сила, возвращающая частицу назад. Достаточным условием такого поведения при $q > 0$ является выполнение условия $\Phi(x, y, z) \approx \Phi(x, y, 0) + (z^2/2) \times \Phi_{zz}(x, y, 0) = \varphi(x, y) - (z^2/2)(\varphi_{xx}(x, y) + \varphi_{yy}(x, y)) \geq \varphi(x, y) + (1/2)a^2\lambda^2 z^2$. Для потенциала вида (7) это приводит к требованию $p''(y) \leq -a^2(1 + \lambda^2)$, где λ — "запас прочности" для устойчивости ленточного пучка.

3. Корсунский М.И. Ионно-оптические свойства поля типа kr^2 // Труды Харьковского политехнического института (серия инженерно-физическая). 1958. Т. 14, вып. 2.
4. Голиков Ю.К., Чепарухин В.В. Элементарные аппроксимации меридиональных траекторий в электростатическом поле разностного типа // Тезисы докладов VI Всесоюзного семинара по численным методам решения задач электронной оптики. Рязань: 1978.
5. Голиков Ю.К., Чепарухин В.В., Уткин К.Г. О фокусировке меридионального потока в поле разностного типа // Письма в ЖТФ. 1979. № 20.

*Институт аналитического приборостроения РАН,
г. Санкт-Петербург (Галль Л.Н.)*

*Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет (Голиков Ю.К.)*

Контакты: Галль Лидия Николаевна,
Ingall@narod.ru

Материал поступил в редакцию 10.01.2014

ACHROMATIC ELECTROSTATIC CONVEYING SYSTEMS WITH A PLANE OF SYMMETRY (1987)

L. N. Gall¹, Yu. K. Golikov²

¹*Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg, RF*
²*Saint-Petersburg State Polytechnical University, RF*

The paper specifies in precise mathematical terms the problem of optimal adjusting of the beam of charged particles (ion source) and the analyzing system. A special class of 3D electrostatic fields of an additive type with a plane of symmetry is considered which can implement achromatic conveying and 2nd order focusing for planar beams.

Keywords: bunches of the loaded particles, transportation of ions, optimum coordination

REFERENCES

1. Benford A.D. Transportirovka puchkov zaryazhennykh chastits. M.: Atomizdat, 1969. 240 s. (in Russian).
2. Golikov Yu.K., Utkin K.G., Cheparukhin V.V. Raschet elementov elektrostاتических elektronno-opticheskikh sistem: uchebnoye posobiye. L.: Izd-vo Leningradskogo politekhnicheskogo instituta, 1984. 79 s. (in Russian).
3. Korsunskiy M.I. Ionno-opticheskiye svoystva polya tipa kr^2 // Trudy Kharkovskogo politekhnicheskogo instituta (seriya inzhenerno-fizicheskaya). 1958. T. 14, vyp. 2. (in Russian).
4. Golikov Yu.K., Cheparukhin V.V. Elementarnyye aproksimatsii meridionalnykh trayektoriy v elektrostатическом pole raznostnogo tipa // Tezisy dokladov VI Vsesoyuznogo seminar po chislennym metodam resheniya zadach elektronnoy optiki. Rya-zan: 1978. (in Russian).
5. Golikov Yu.K., Cheparukhin V.V., Utkin K.G. O fokusirovke meridionalnogo potoka v pole raznostnogo tipa // Pisma v ZhTF. 1979. № 20. (in Russian).