

УДК 537.1; 537.533

© А. А. Матышев, А. В. Сафаралеев

О КРАЕВЫХ ПОЛЯХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ, В СЕЧЕНИИ ПРЕДСТАВЛЯЮЩИХ СОБОЙ ПРОИЗВОЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

В настоящее время в большинстве корпускулярно-оптических устройств с магнитным полем используются магниты на основе магнитомягких материалов. Использование же сверхпроводящих магнитов ограничено, как правило, простейшей формой, в которой сечением магнита является окружность. Создание сверхпроводящих магнитных систем более сложной формы может в ряде случаев, особенно в устройствах по управлению пучками легких ионов (с энергиями до нескольких сотен МэВ) для лучевой терапии [1], заменить тяжелые магниты на основе цельных сердечников более легкими и имеющими в пять раз более сильное поле системами на основе сверхпроводящих обмоток, которые, как показано в статье, обладают существенно иными краевыми полями, чем поля традиционных магнитных систем.

Кл. сл.: сверхпроводящие магниты, краевые поля

ОПИСАНИЕ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ

В данной статье рассматриваются краевые поля сверхпроводящих обмоток, представляющих собой два замкнутых контура один над другим, каждый из которых состоит из произвольного набора прямоугольных полосок с током.

На рис. 1 в качестве примера показана простейшая система, сечением которой является треугольник. Горизонтальными стрелками показано направление тока в обмотках, вертикальными — направление индукции магнитного поля.

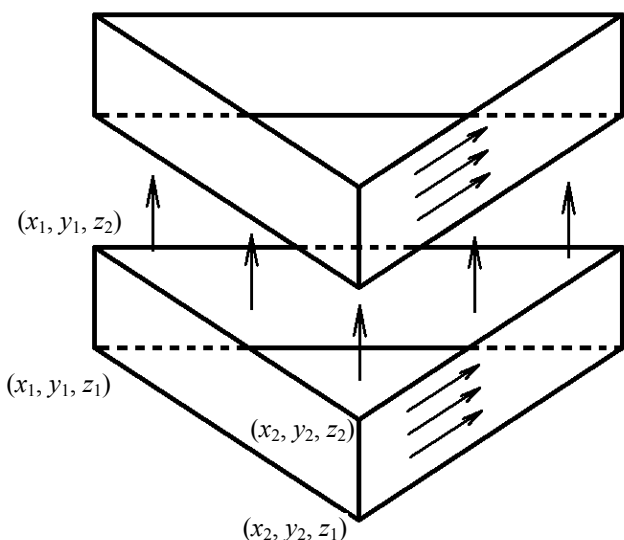


Рис. 1. Схематический вид сверхпроводящей магнитной системы

Распределение индукции магнитного поля, создаваемого током, равномерно текущим вдоль прямоугольной полоски (рис. 1), может быть найдено аналитически. В каждой точке пространства X -, Y - и Z -проекции индукции поля равны соответствующим суммам X -, Y - и Z -проекций индукции поля от каждой полоски с током. На рис. 1 полная обмотка состоит из шести полосок, каждая из которых создает в пространстве свое поле. Для любой полоски компоненты поля B_x , B_y и B_z таковы:

$$B_x = (y_2 - y_1) \frac{-1}{2\sqrt{r}} \left(\ln \frac{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_2)^2} - \frac{c_1}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_2)^2} + \frac{c_1}{\sqrt{r}}} - \ln \frac{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_1)^2} - \frac{c_1}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_1)^2} + \frac{c_1}{\sqrt{r}}} - \ln \frac{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_2)^2} - \frac{c_2}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_2)^2} + \frac{c_2}{\sqrt{r}}} + \ln \frac{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_1)^2} - \frac{c_2}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_1)^2} + \frac{c_2}{\sqrt{r}}} \right);$$

$$B_y = (x_2 - x_1) \frac{-1}{2\sqrt{r}} \times$$

$$\times \left(\ln \frac{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_2)^2} - \frac{c_1}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_2)^2} + \frac{c_1}{\sqrt{r}}} - \ln \frac{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_1)^2} - \frac{c_1}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_1 + (z_0 - z_1)^2} + \frac{c_1}{\sqrt{r}}} - \right.$$

$$\left. - \ln \frac{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_2)^2} - \frac{c_2}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_2)^2} + \frac{c_2}{\sqrt{r}}} + \ln \frac{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_1)^2} - \frac{c_2}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r_2 + (z_0 - z_1)^2} + \frac{c_2}{\sqrt{r}}} \right);$$

$$B_z = \operatorname{arctg} \frac{c_1(z_2 - z_0)}{k\sqrt{r_1 + (z_2 - z_0)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{c_1(z_1 - z_0)}{k\sqrt{r_1 + (z_1 - z_0)^2}} -$$

$$- \operatorname{arctg} \frac{c_2(z_2 - z_0)}{k\sqrt{r_2 + (z_2 - z_0)^2}} + \operatorname{arctg} \frac{c_2(z_1 - z_0)}{k\sqrt{r_2 + (z_1 - z_0)^2}},$$

где

$$k = (x_0 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_0 - y_1)(x_2 - x_1),$$

$$r = (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2,$$

$$c_1 = (x_0 - x_1)(x_2 - x_1) + (y_0 - y_1)(y_2 - y_1),$$

$$c_2 = (x_0 - x_2)(x_2 - x_1) + (y_0 - y_2)(y_2 - y_1),$$

$$r_1 = (y_0 - y_1)^2 + (x_0 - x_1)^2,$$

$$r_2 = (y_2 - y_0)^2 + (x_2 - x_0)^2;$$

$(x_1; y_1; z_1), (x_2; y_2; z_1), (x_1; y_1; z_2), (x_2; y_2; z_2)$ — координаты вершин полоски. Точка $(x_0; y_0; z_0)$ — точка наблюдения.

Данный расчет является обобщением результатов, полученных В.А. Бирюковым и В.И. Даниловым в работе [2], в которой рассматривается магнитное поле прямоугольной катушки с током.

ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Расчеты формы поля выполняются по заданным координатам вершин всех полосок, составляющих обмотку. Для того чтобы лучше понять характер краевых полей, обратимся к векторной диаграмме распределения индукции магнитного поля.

Трехмерный случай сложен для восприятия, поэтому рассмотрим векторное распределение поля в плоскости являющейся вертикальным сечением стенки магнитной системы и проходящей через середину стороны треугольника, образующего контур (рис. 2). Видно, что поле от каждой полоски с током сходно с полем от линейного провод-

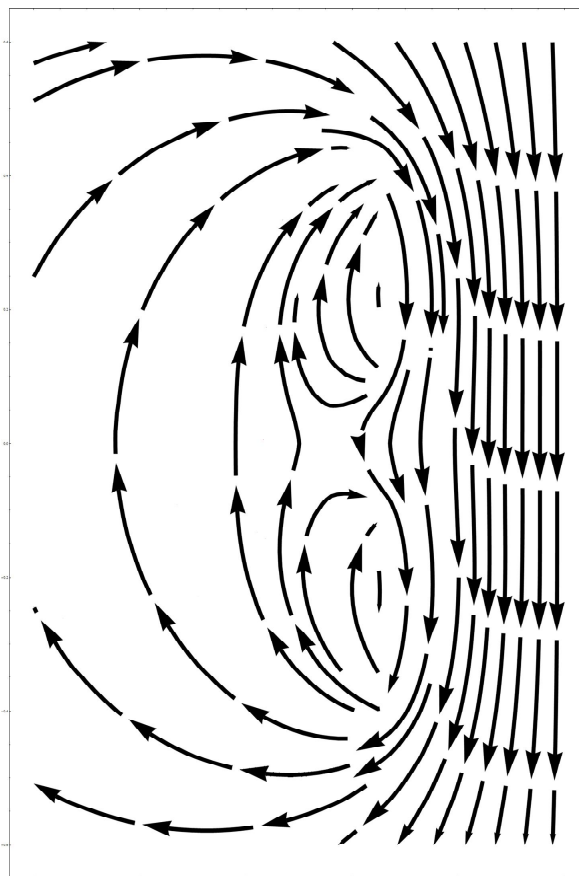


Рис. 2. Векторная диаграмма поля вертикального разреза сверхпроводящей магнитной системы

ника, но более вытянуто в вертикальном направлении. Поэтому снаружи магнитной системы поле направлено в противоположную сторону относительно направления поля внутри. Благодаря тому, что внутри магнитной системы магнитная индукция от противоположащих полосок контура складывается с одним знаком, а снаружи — с разными, поле внутри достаточно равномерно, а снаружи резко падает.

Z-компонента краевого поля

Так как поле снаружи магнитной системы и внутри нее разнонаправлено, то существует граница, где z -компонента краевого поля равна нулю. Это является основным отличием от традиционных магнитов на основе металлических сердечников, в которых поле убывает от центра монотонно.

В сверхпроводящих системах краевое поле резко падает до нуля, меняет знак, затем убывает до нуля при дальнейшем удалении от магнита (рис. 3). На рис. 3 изображена более сложная магнитная система, в сечении представляющая собой

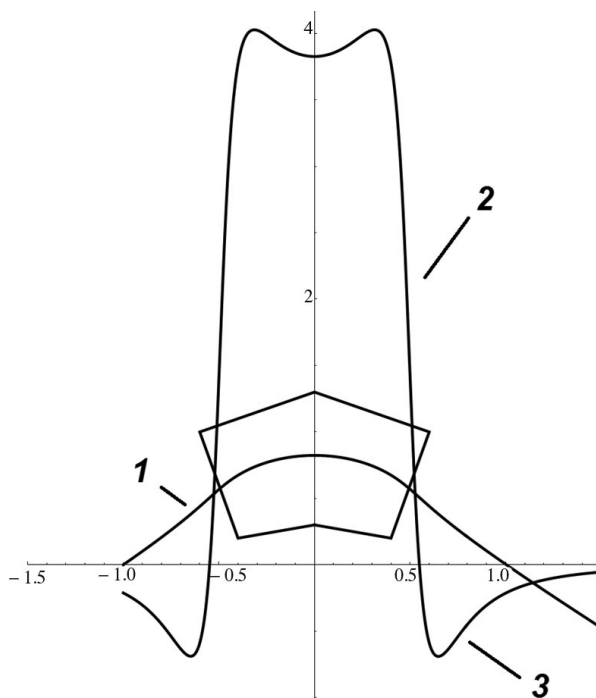


Рис. 3. Распределение вертикальной компоненты поля вдоль траектории полета

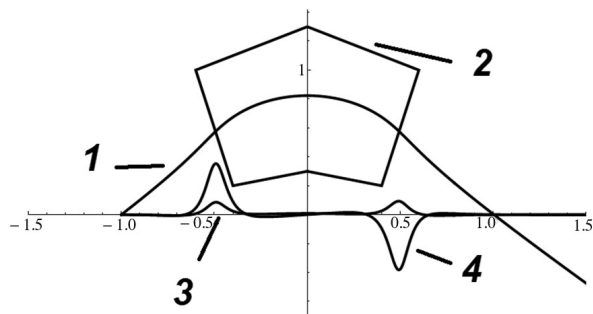


Рис. 4. Распределение горизонтальных компонент краевого поля при прохождении частиц магнитной системы на одинаковой высоте при входе и при выходе из магнита

шестиугольник. Кривая 1 — траектория заряженной частицы в плоскости XU внутри магнита. Кривая 2 — величина Z -проекции индукции поля вдоль траектории частицы. Вектор направлен перпендикулярно рисунку, на рисунке величина отложена в координатах XU .

Видно, что внутри магнитной системы поле достаточно равномерно, причем в центре имеет минимум, неоднородность порядка 5 %. За пределами обмоток поле резко падает до отрицательного значения порядка 8–10 % от среднего значения поля внутри магнита. При дальнейшем уда-

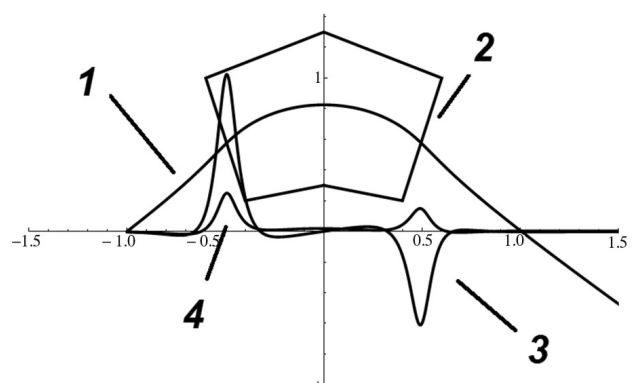


Рис. 5. Распределение горизонтальных компонент краевого поля при прохождении частиц магнитной системы на разных высотах при входе и при выходе из магнита

лении от обмотки поле асимптотически стремится к нулю.

Положение точки перемены знака поля снаружи магнита зависит от силы тока в обмотках и от геометрии магнита. При увеличении силы тока точка смещается от магнита.

X - и Y -компоненты индукции краевого поля

В предыдущем разделе был рассмотрен характер краевого вертикального поля, определяемого Z -компонентой. Рассмотрим характер X - и Y -компонент. Вклад той или иной компоненты зависит от выбранной системы отсчета. Так как ток каждой пластинки не создает компонент поля, коллинеарных току, то пластинка, параллельная оси OX , будет создавать только Y -компоненту поля. А пластинка, параллельная оси OY , будет создавать только X -компоненту поля. Таким образом, соотношение между X - и Y -компонентами зависит лишь от формы магнита. На рис. 2 ток течет перпендикулярно плоскости чертежа. Пусть направление тока совпадает с осью X , тогда Y -компонента поля на рис. 2 направлена горизонтально. (Тогда как Z -компонента — вертикально). Однако в случае, если направление тока отлично от оси X , то горизонтально-направленная компонента поля не являлась бы тождественно равной Y -компоненте. Поэтому в дальнейшем при описании горизонтальных компонент краевого поля будем пользоваться понятием "горизонтальная компонента", которая будет включать в себя и X - и Y -компоненты.

Из рис. 2 видно, что горизонтальная компонента неравномерна по высоте зазора, с удалением от плоскости антисимметрии растет модуль горизонтальной компоненты. Кроме того, в верхней и нижней частях зазора горизонтальные компоненты

имеют противоположные знаки. Поэтому действие горизонтальной компоненты на влетающую в магнитную систему частицу зависит от точки влета частицы в магнит.

На рис. 4 вновь изображена магнитная система, в сечении представляющая собой шестиугольник. Кривые 3 и 4 показывают модуль распределения X - и Y -компонент вдоль траектории частицы. На рис. 4 изображен случай, когда точка входа и выхода частицы из магнитной системы находится на одной и той же высоте от горизонтальной оси. Поэтому краевые поля на входе и выходе имеют одинаковый модуль. Разница в знаке возникает вследствие разного направления тока в противоположных краях магнитной системы. На рис. 2 видно, что на одной и той же высоте зазора краевое поле с разных сторон магнитной системы имеет разный знак. Если подобрать угол старта и параметры магнитной системы таким образом, чтобы точка выхода частицы из магнитной системы была бы симметрична относительно плоскости антисимметрии, то можно добиться одинакового знака краевых полей на входе и выходе из магнитной системы.

На рис. 5 показан случай, когда отклонение частицы в зазоре неодинаково на входе и выходе из магнитной системы. На выходе из магнита отклонение частицы от плоскости антисимметрии больше, поэтому величина действующих краевых полей значительно больше. Из рис. 5 видно, что Y -компоненты на входе и на выходе направлены в одну сторону в отличие от X -компонент. Это объясняется тем, что X -компонента тока, создающая Y -компоненту поля, на входе и на выходе частицы из магнитной системы направлена в одну сторону, в отличие от Y -компоненты тока, создающей X -компоненту поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что краевое поле магнитного контура с током существенно отличается от краевого поля магнита с железным сердечником, что может существенно повлиять на электронно-оптические свойства системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матышев А.А., Сафаралеев А.В. Об отклоняющем и фокусирующем действии сверхпроводящих магнитов, в проекции представляющих собой произвольный многоугольник // Тезисы докладов 11-го Всероссийского семинара "Проблемы теоретической и прикладной электронной и ионной оптики". Москва, 2013.
2. Бирюков В.А., Данилов В.И. Магнитное поле прямоугольной катушки с током // Журнал технической физики. 1961. Т. 31, вып. 4. С. 428–435.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Контакты: Матышев Александр Александрович,
a2m2001@mail.ru

Материал поступил в редакцию 21.01.2014

ON FRINGE FIELDS OF SUPERCONDUCTING SYSTEMS WHICH PRESENT ANY POLYGON IN THE CROSS-SECTION

A. A. Matyshev, A. V. Safaraleev

Saint- Petersburg State Polytechnic University, RF

Superconducting systems which present any polygon in the cross-section may replace heavy metal magnetic systems especially in and around therapy by beams of protons with energy of the order of 100 MeV. It is shown that fringe fields of such a superconducting systems considerably differ from fringe fields of conventional metal magnetic systems.

Keywords: superconducting magnetic systems, fringe fields

REFERENCES

1. *Matyshev A.A., Safaraleyev A.V.* Ob otklonyayushchem i fokusiruyushchem deystvii sverkhprovodyashchikh magnetov, v proyeksii predstavlyayushchikh soboy proizvolnyy mnogougolnik // Tezisy dokladov 11-go Vserossiyskogo. seminar "Problemy teoreticheskoy i prikladnoy elektronnoy i ionnoy optiki". Moskva, 2013. (in Russian).
2. *Biryukov V.A., Danilov V.I.* Magnitnoye pole pryamougolnoy katushki s tokom // Zhurnal tekhnicheskoy fiziki. 1961. T. 31, vyp. 4. S. 428–435. (in Russian).