

УДК 534.131.2

© Д. И. Алексанов, Н. Н. Князьков, Е. Д. Макарова, Б. П. Шарфаренц

МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ КАПИЛЛЯРОВ, ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ

В работе рассматривается задача о собственных акустических колебаниях неоднородного цилиндра, состоящего из стеклянной трубки, заполненной жидкостью. На конкретных примерах рассмотрен вопрос о создании резонансных условий внутри жидкого слоя, а также вопрос об устойчивости собственных частот акустических колебаний рассматриваемой системы при варьировании параметров задачи.

Кл. сл.: ультразвуковые капиллярные системы, акустический резонанс, собственные частоты, математическое моделирование

ВВЕДЕНИЕ

Одним из быстро развивающихся направлений бесконтактного направленного позиционирования частиц дисперсной фазы является применение ультразвуковых полей стоячих волн (УЗСВ), позволяющее осуществлять концентрирование, фракционирование частиц по размерам, сепарацию частиц разной природы и другие виды манипулирования частицами микронного размера [1–5]. В основе практического использования этих полей лежит силовое действие ультразвука, обусловленное возникновением в полях стоячих волн акустической радиационной силы [6–8], величина которой пропорциональна кубу радиуса частиц, квадрату амплитуды давления и частоте УЗ-поля. Под действием этой силы частицы перемещаются в узлы или пучности давления стоячей волны — в зависимости от соотношения акустических свойств среды и частиц.

Положение и пространственная форма узлов давления зависит от геометрии создаваемого УЗ-поля стоячих волн, определяемого физическими и геометрическими параметрами камеры, способом и частотой озвучивания, акустическим импедансом материала камеры, свойствами дисперсной системы [9, 10]. Поэтому при проектировании УЗ сепарационных и аналитических систем первостепенное значение имеет разработка методов моделирования и прогнозирования распределения амплитуд давления в УЗСВ при разных геометрических характеристиках ультразвуковых камер и параметрах УЗ-поля. Это является необходимым условием для создания нужного количества узлов давления, заданной геометрии узлов и их направленного позиционирования: в центре камеры, на одной или обеих сторонах, в виде концентрических слоев и т. д.

Наибольшее внимание в последнее десятилетие уделяется проектированию и применению микрофлюидных и капиллярных ультразвуковых систем для биомедицинских исследований и анализа. К преимуществам таких систем относят миниатюрность, малые объемы исследуемых проб, малое энергопотребление, совместимость с оптическими средствами детектирования. Однако в отличие от УЗ микрофлюидных систем, исследованию и созданию которых посвящено подавляющее большинство работ, разработке капиллярных систем и анализу процессов, происходящих при их озвучивании, до сих пор уделялось относительно мало внимания.

В Приложении в таблице приведены результаты ряда экспериментальных работ, основное внимание в которых уделялось изучению и/или практическому применению стационарных (стоячих) УЗ-волн для направленного позиционирования микронных частиц в цилиндрических системах, в том числе в капиллярных системах. Из приведенных результатов следует, что в зависимости от создаваемой УЗ-системы могут быть получены разные области концентрирования частиц, что непосредственно связано с наличием большого числа различных видов колебаний в рассматриваемых двухслойных системах: продольных и радиальных колебаний стенок и жидкости, изгибных колебаний стенок, связанных акустических упруго-жидкостных колебаний системы и т. д.

Существование большого количества влияющих факторов и действующих сил определяет необходимость создания математической модели и проведения компьютерного моделирования для разработки критериев проектирования любой УЗ капиллярной системы, в которой требуется создание условий акустического резонанса и целенаправленное позиционирование узлов давления за-

данной геометрии, являющихся зонами аккумуляции частиц (клеток).

Поскольку создание резонансных условий приводит к значительному увеличению давления УЗ-поля и, следовательно, радиационной силы, что позволяет в свою очередь ускорять движение частиц и снижать нижний предел размеров перемещаемых частиц, выявление влияния параметров системы на создание и условия поддержания резонанса становится важной практической задачей. Кроме этого, на высоких частотах даже небольшие вариации параметров системы могут приводить к существенным вариациям собственных частот, поэтому необходимо знать, к каким возмущениям могут привести вариации тех или иных параметров системы, что является особенно важным при работе в полевых условиях.

В работе [11] в качестве одного из этапов решения задачи о собственных колебаниях цилиндрических капилляров, заполненных жидкостью, рассмотрена простейшая физическая модель: идеальная жидкость находится внутри капилляра, стенки которого представляют среду, в которой распространяются только продольные волны (жидкость в жидкой трубке).

Настоящая работа посвящена исследованию предложенной в работе [11] модели применительно к задаче концентрирования частиц внутри капилляра с жидкостью под действием ультразвука. Разобран частный пример и даны рекомендации по подбору ряда физических параметров. Также обсуждаются критичные параметры системы, вариации которых в диапазонах, определяемых свойствами реальных применяемых сред и материалов, могут сильно возмущать получаемые решения.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Пусть, как и в работе [11], дан кольцевой цилиндр высотой l с внутренним радиусом a_1 и внешним радиусом a , состоящий из некоторого материала плотностью ρ_2 и скоростью продольных звуковых волн c_2 . При этом полагается, что сдвиговыми волнами в кольце можно пренебречь. Внутри кольцевого цилиндра находится жидкость с постоянной плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1 . На границах цилиндра справедливы однородные условия Дирихле.

Согласно работе [11] собственные колебания описанного объема представляют собой стоячие волны с круговыми частотами $\omega = \sqrt{\lambda}$, где λ — собственные числа задачи (1):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr^2} R_{mk}(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} R_{mk}(r) - \frac{m^2}{r^2} R_{mk}(r) + \\ + \left(\frac{\lambda}{c^2(r)} - \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 \right) R_{mk}(r) = 0; \\ c(r) = \begin{cases} c_1, & r \in [0, a_1], \\ c_2, & r \in [a_1, a]; \end{cases} \\ R_{mk}(0) < \infty, \quad R_{mk}(a) = 0; \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Решение задачи (1) дается выражениями (26–28) работы [11]. Требуется исследовать связанный с положением узлов собственных функций задачи (1) вопрос о возникновении стоячей волны внутри жидкого слоя и создании резонансных условий.

Кроме этого, требуется найти зависимость получаемой с помощью решения задачи (1) частоты собственных колебаний исследуемой системы от основных геометрических и акустических параметров и оценить влияние, оказываемое их изменением.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Далее в работе приняты следующие параметры: $l = 3.2 \cdot 10^{-2}$ м, $a_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ м, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ м, $\rho_1 = 1000$ кг/м³, $\rho_2 = 2500$ кг/м³, $c_1 = 1500$ м/с, $c_2 = 5500$ м/с. Эти значения использовались в работе [11].

Опуская сложные выражения для коэффициентов C_1 и C_2 , решение задачи (1) можно записать следующим образом:

$$R_{mk}(r, \lambda) = \begin{cases} J_m(r\sqrt{\sigma_1}), & \sigma_1 = \frac{\lambda}{c_1^2} - \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 \\ & \text{для } r \in [0, a_1]; \\ C_1 J_m(r\sqrt{\sigma_2}) + C_2 N_m(r\sqrt{\sigma_2}), \\ \sigma_2 = \frac{\lambda}{c_2^2} - \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 & \text{для } r \in [a_1, a]. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь m определяет порядок функций Бесселя (J_m) и Неймана (N_m), а k — количество узлов стоячих волн в продольном направлении трубки.

Как показано в работе [11], корни уравнения $R_{mk}(r, \lambda) = 0$ при $r = a$ (т. е. на внешней границе цилиндра) соответствуют собственным значениям задачи (1). На рис. 1 представлены три функции $R_{mk}(\lambda)$ при $r = a$ для $m = 0, 1, 2$; значения

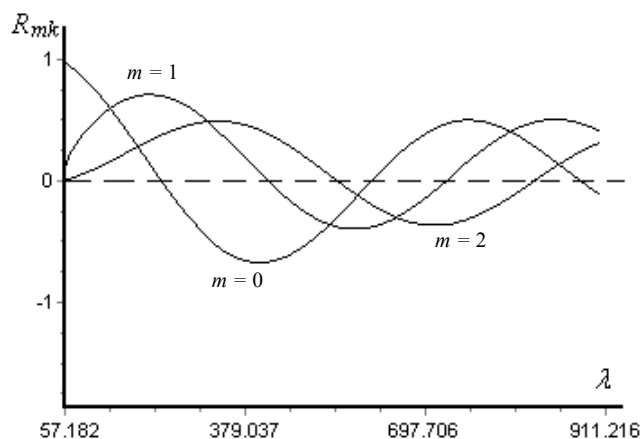


Рис. 1. Функция $R_{mk}(\lambda, r)$ при $r = a$ для $m = 0, 1, 2$

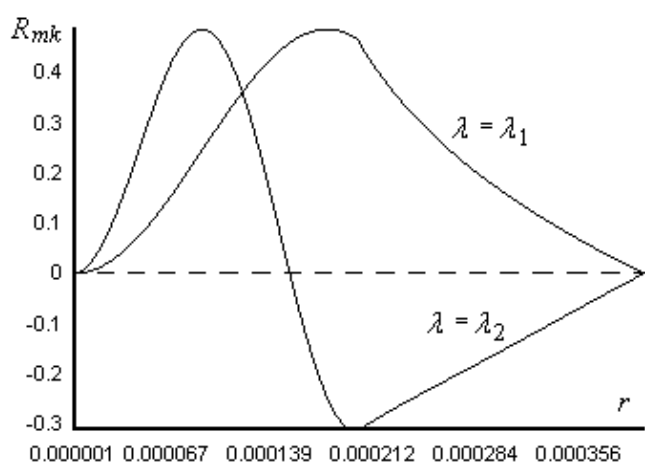


Рис. 2. Первые две собственные функции задачи (1) для случая $m = 2$

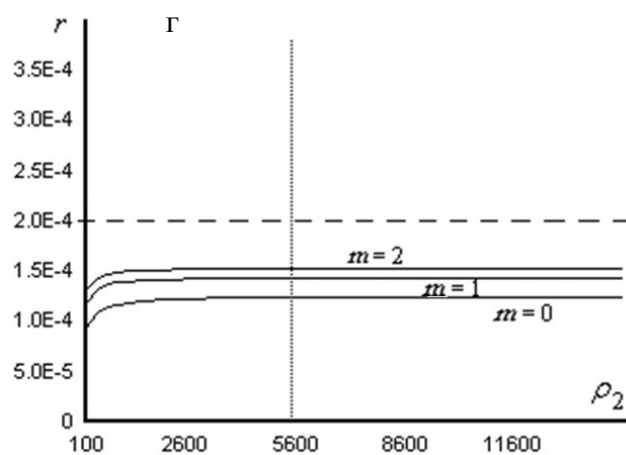
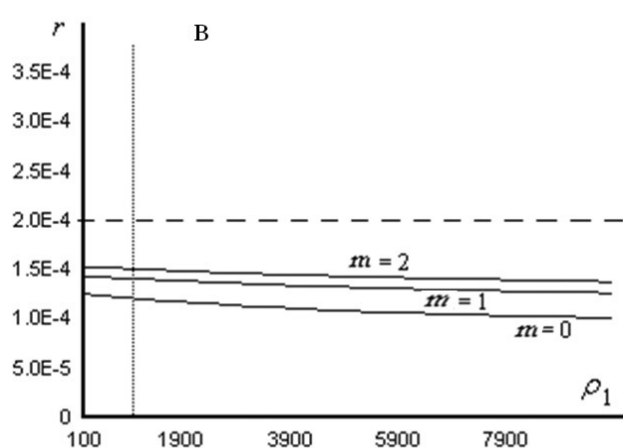
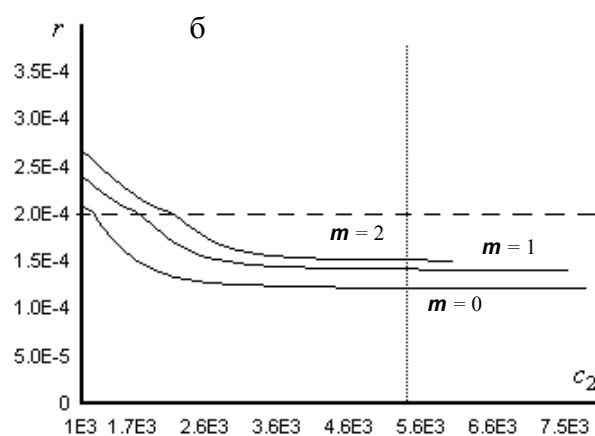
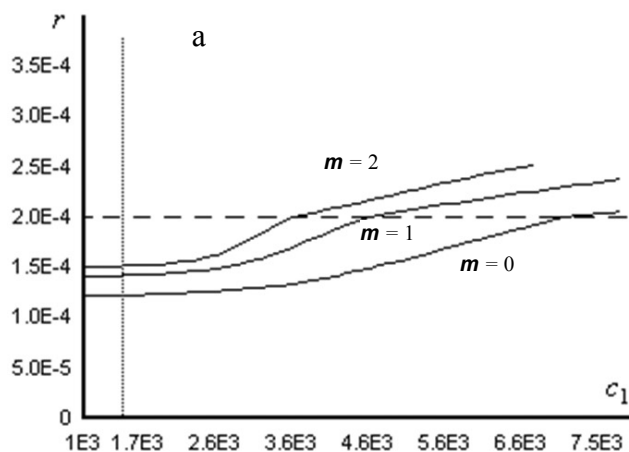


Рис. 3. Зависимость местоположения (в метрах) первого узла $R_{mk}^2(r)$ для $m = 0, 1, 2$ от параметров: а — скорости звука в жидкости c_1 , м/с; б — скорости звука в веществе капилляра c_2 , м/с; в — плотности жидкости ρ_1 , кг/м³; г — плотности материала трубки ρ_2 , кг/м³

остальных параметров соответствуют указанным выше. Как и в работе [11], k полагается равным 10; на исследуемые в этой части вопросы данный параметр влияния не оказывает.

Фиксируя λ в соответствии с найденными собственными значениями, можно получить графики собственных функций задачи (1), представляющих собой распределения радиальных стоячих волн. На рис. 2 представлены две первые собственные функции $R_{mk}^1(r)$ и $R_{mk}^2(r)$, рассчитанные по указанным выше параметрам, для случая $m = 2$.

Поведение собственных функций при других значениях m аналогично представленному на рис. 2. Т. е. первая собственная функция ($R_{mk}^1(r)$, $\lambda = \lambda_1$) имеет только один корень на внешней границе цилиндра, а вторая собственная функция ($R_{mk}^2(r)$, $\lambda = \lambda_2$) имеет два корня, один из которых также располагается на внешней границе, а положение другого зависит от параметров задачи.

Таким образом, первый корень второй собственной функции задачи (1) соответствует первой частоте (для каждого конкретного m) из всего возможного набора собственных частот описанной системы, которая может попадать внутрь жидкого слоя (т. е. в диапазон по $r < a_1$). Найдем соответствующие условия.

На рис. 3, 4 представлены результаты исследований зависимости изменения местоположения первого корня второй собственной функции $R_{mk}^2(r)$ (в метрах) при последовательном варьировании параметров задачи. При варьировании того или иного параметра остальные фиксировались в соответствии с установленными в начале раздела значениями. Пунктирная линия соответствует прямой $r = a_1$. Тонкая вертикальная линия на каждом из графиков отвечает установленному в начале раздела значению соответствующего параметра.

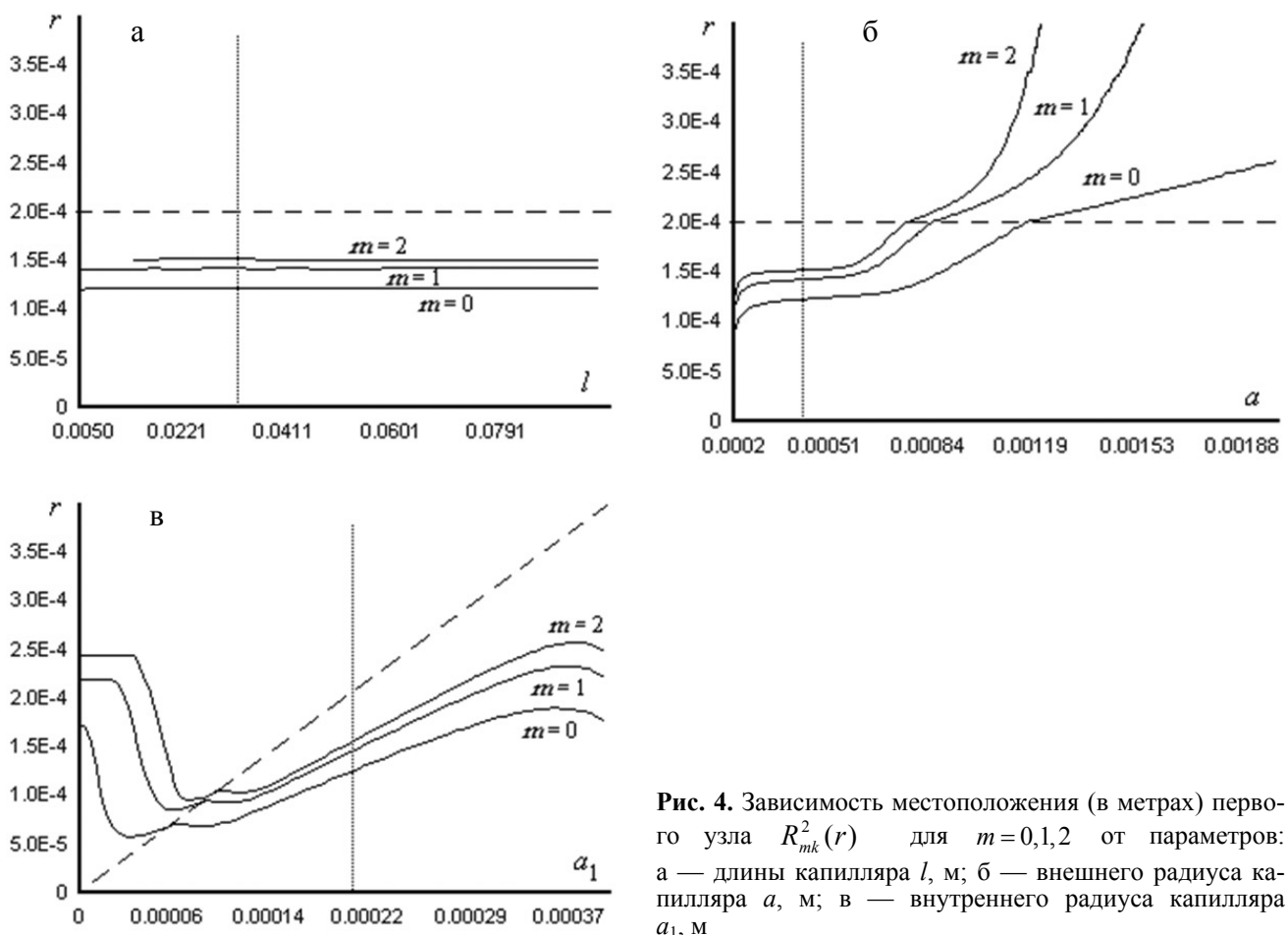


Рис. 4. Зависимость местоположения (в метрах) первого узла $R_{mk}^2(r)$ для $m = 0, 1, 2$ от параметров: а — длины капилляра l , м; б — внешнего радиуса капилляра a , м; в — внутреннего радиуса капилляра a_1 , м

Из графиков видно, что все условия для попадания первого корня второй собственной функции $R_{mk}^2(r)$ в слой с жидкостью в рамках рассмотренной системы соблюдены, поскольку установленные в начале раздела значения параметров (точки пересечения вертикальных линий с кривыми $m = 0, 1, 2$) на каждом из графиков находятся строго под прямой $r = a_1$.

Кроме системы, описанной в начале раздела, были также рассмотрены другие, отличающиеся друг от друга только геометрическими параметрами капилляра: $l^A = 50$ мм, $a^A = 0.8$ мм, $a_1^A = 0.5$ мм и $l^B = 127$ мм, $a^B = 1.35$ мм, $a_1^B = 1$ мм. Из полученных по ним данных следует тот же вывод: все параметры удовлетворяют требуемому

условию, и специальный подбор параметров не требуется.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЧАСТОТЫ

Для создания условий возникновения акустического резонанса в системе на данном этапе необходимо выяснить, с какой точностью может быть определена частота собственных колебаний описанного ранее объема. Поскольку физические параметры на практике реализуются с некоторым разбросом, требуется исследовать вопрос о том, насколько сильное влияние оказывает варьирование основных параметров задачи на значения собственных частот конкретной системы.

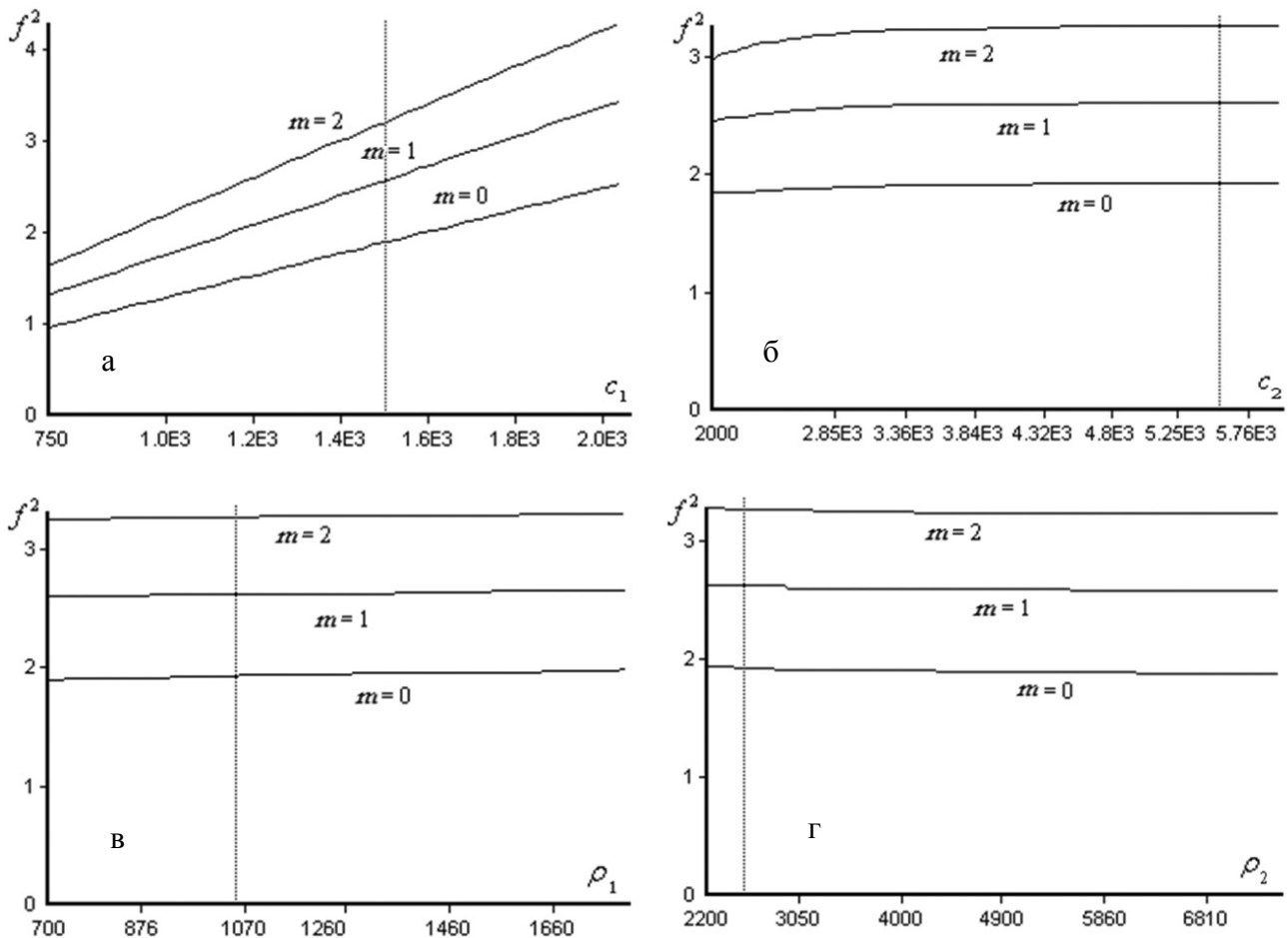


Рис. 5. Зависимость второй собственной частоты f_{mk}^2 (МГц) от параметров: а — скорости звука c_1 (м/с) в жидкости; б — от скорости звука c_2 (м/с) в веществе трубки; в — от плотности жидкости ρ_1 (кг/м³); г — от плотности материала трубки ρ_2 (кг/м³)

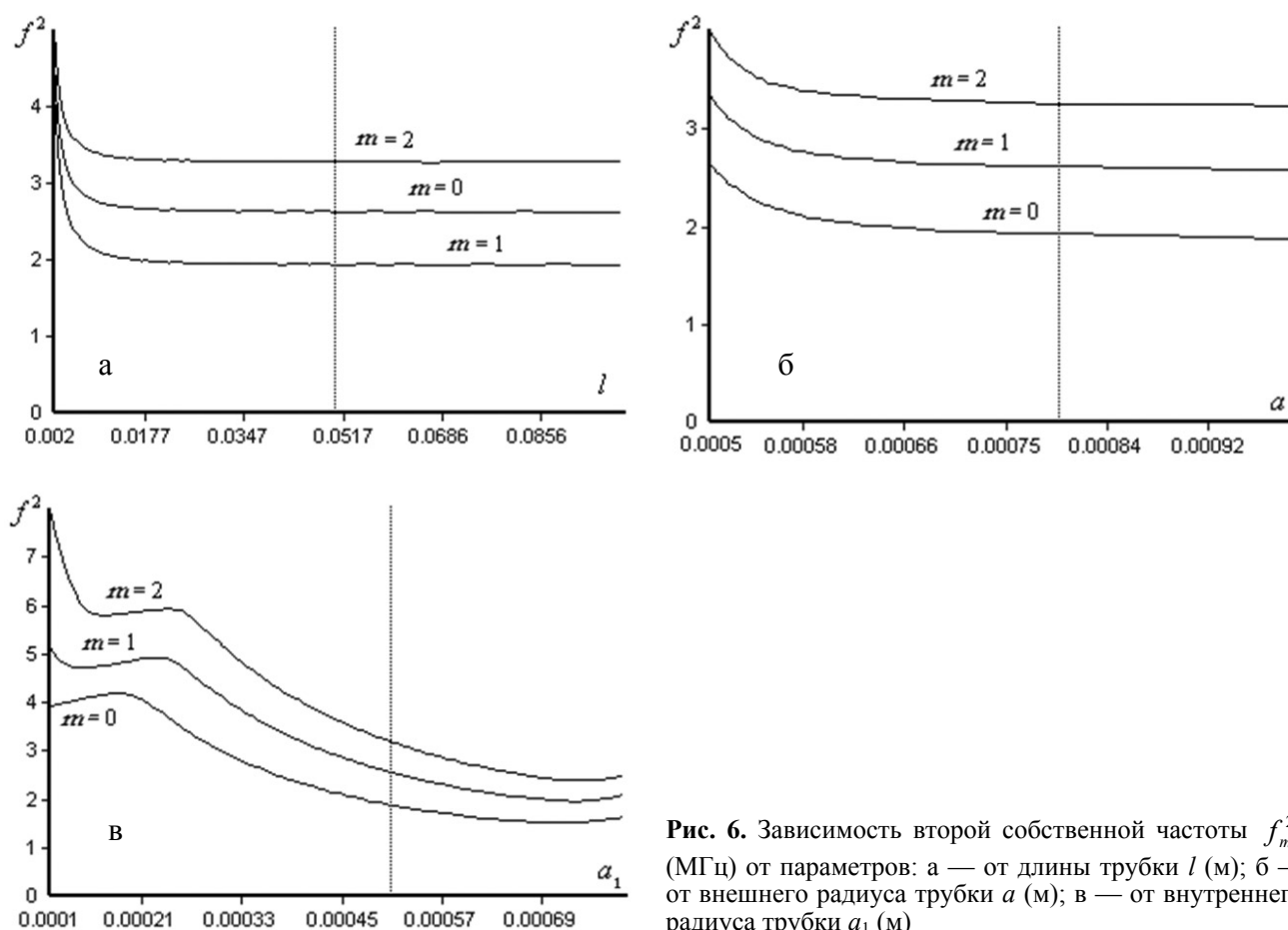


Рис. 6. Зависимость второй собственной частоты f_{mk}^2 (МГц) от параметров: а — от длины трубки l (м); б — от внешнего радиуса трубки a (м); в — от внутреннего радиуса трубки a_1 (м)

Собственные частоты f_{mk}^n находятся как функция $f_{mk}^n = \sqrt{\lambda_n}/2\pi$, где λ_n — значение n -го корня уравнения $R_{mk}(r, \lambda) = 0$ при некоторых фиксированных m и k , а также $r = a$ (см. предыдущий раздел). Будем исследовать вторую собственную частоту (т. е. случай $\lambda = \lambda_2$), поскольку именно положение первого корня второй собственной функции исследовалось в предыдущем разделе.

На графиках рис. 5, 6 представлены зависимости величины f_{mk}^2 (в МГц) от параметров задачи для $m = 0, 1, 2$; k полагается равным 10. При этом были взяты следующие значения параметров: $l = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $a_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $a = 8 \cdot 10^{-4}$ м, $\rho_1 = 1000$ кг/м³, $\rho_2 = 2500$ кг/м³, $c_1 = 1500$ м/с, $c_2 = 5500$ м/с. Тонкая вертикальная линия на каждом из графиков отвечает установленному в данном разделе значению соответствующего параметра.

В таблице, полученной на основе данных, по которым были построены графики на рис. 5, 6, содержатся результаты исследования влияния разброса того или иного параметра (при фиксированных в соответствии с заданными в данном разделе

значениями остальных) на значения собственных частот f_{mk}^2 . Из графиков следует, что особое внимание требуется уделить параметрам скорости звука в жидкости, а также внутреннему и внешнему радиусам трубки. В связи с этим вариации геометрических параметров трубки были проведены в соответствии с экспериментальными измерениями реальных капилляров, а вариация параметра скорости звука в жидкости была проведена в соответствии с табличными данными [12] для скорости звука в дистиллированной воде в диапазоне температур 15–30 °С.

Как видно, вариации различных параметров оказывают различное влияние на значение разброса частот. Влиянием разброса одних параметров можно пренебречь по сравнению с влиянием разброса других. По результатам моделирования можно сделать вывод о том, что при реализации подобной системы на практике необходимо создание обратной связи с генератором колебаний, обеспечивающей каким-либо образом автоподстройку по частоте, поскольку возможный суммарный разброс порядка сотен кГц при переходе от одного эксперимента

Влияние разброса параметров на собственные частоты f_{mk}^2 .

Варьируемый параметр	f_{mk}^2 (кГц), $m=0$	f_{mk}^2 (кГц), $m=1$	f_{mk}^2 (кГц), $m=2$
$c_1 = 1466 \div 1512$ м/с	$1883.4 \div 1941.7$, $\Delta = 58.3$	$2558.4 \div 2637.6$, $\Delta = 79.2$	$3195.8 \div 3294.8$, $\Delta = 99.0$
$c_2 = 5450 \div 5550$ м/с	$1926.3 \div 1926.7$, $\Delta = 0.4$	$2616.6 \div 2617.2$, $\Delta = 0.6$	$3268.5 \div 3269.3$, $\Delta = 0.7$
$\rho_1 = 995 \div 1005$ кг/м ³	$1926.1 \div 1926.9$, $\Delta = 0.8$	$2616.6 \div 2617.2$, $\Delta = 0.6$	$3268.6 \div 3269.3$, $\Delta = 0.7$
$\rho_2 = 2450 \div 2550$ кг/м ³	$1926.9 \div 1926.2$, $\Delta = 0.7$	$2617.2 \div 2616.7$, $\Delta = 0.5$	$3269.2 \div 3268.7$, $\Delta = 0.5$
$l = 0.049 \div 0.051$ м	$1926.8 \div 1926.3$, $\Delta = 0.5$	$2617.1 \div 2616.7$, $\Delta = 0.4$	$3269.1 \div 3268.8$, $\Delta = 0.3$
$a = 78 \cdot 10^{-5} \div 82 \cdot 10^{-5}$ м	$1932.7 \div 1921.0$, $\Delta = 11.7$	$2622.0 \div 2612.4$, $\Delta = 9.6$	$3272.9 \div 3265.4$, $\Delta = 7.5$
$a_1 = 49 \cdot 10^{-5} \div 51 \cdot 10^{-5}$ м	$1960.9 \div 1893.7$, $\Delta = 67.2$	$2666.3 \div 2569.6$, $\Delta = 96.7$	$3332.5 \div 3208.0$, $\Delta = 124.5$

к другому, очевидно, неприемлем для сохраняющейся точной настройки генератора.

В противном случае можно попытаться минимизировать разброс по ключевым параметрам. В частности, если обеспечить разброс по внутреннему радиусу капилляра ровно на порядок меньший, чем у обычных капилляров, рассматриваемых в данной работе, то соответствующие ему разбросы по частоте (Δf_{mk}^2) уменьшатся с десятков и сотен килогерц до уровня порядка одного килогерца: $\Delta f_{mk}^2 = 1.2$ кГц ($m=0$), $\Delta f_{mk}^2 = 1.5$ кГц ($m=1$), $\Delta f_{mk}^2 = 1.1$ кГц ($m=2$). Вопрос с минимизацией разброса по параметру скорости звука в жидкости несколько сложнее; например, вариация этого параметра для дистиллированной воды при изменении температуры от 18 до 21 °С [12] дает следующие разбросы по частоте (Δf_{mk}^2) на выходе: 8.0 кГц ($m=0$), 10.9 кГц ($m=1$), 13.6 кГц ($m=2$). В этом случае необходимо с особой тщательностью следить за постоянной температурой воздуха в помещении или, если нагрев прибора оказывает существенное влияние на температуру системы, гарантировать постоянную рабочую температуру прибора и постоянный временной интервал, через который она достигается.

ВЫВОДЫ

Для описания акустического поля жидкости в капиллярах на основе модели "жидкость в жидкой

трубке" разработано специализированное программное обеспечение, которое позволяет изучить поведение таких систем в широком диапазоне варьирования геометрических и акустических параметров.

Определены условия возникновения стоячей волны и акустического резонанса в капиллярах конечного размера, заполненных жидкостью. Показано, что в случае заполнения водой трубки с параметрами, соответствующими параметрам реальных капилляров, для создания резонанса внутри жидкого слоя специального подбора параметров не требуется.

На конкретном примере определена степень влияния варьирования параметров задачи (длина, внешний и внутренний радиусы трубки, плотности жидкости и материала трубки, скорости продольных звуковых волн в жидкости и в материале трубки) на значения собственных частот акустических колебаний рассматриваемой системы. Выявлено, что наиболее критичными с этой точки зрения параметрами являются скорость звука в жидкости и внутренний радиус трубки. В частности, разброс по внутреннему радиусу порядка десятков микрон дает разброс по частоте порядка сотен килогерц.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В данном разделе представлен обзор ряда экспериментальных работ, направленных на изучение

и/или практическое применение стационарных (стоячих) УЗ-волн для направленного позиционирования микронных частиц в цилиндрических системах.

Обозначения: λ — длина волны, рассчитанная по частоте и скорости звука в жидкости; d_{in} — внутренний диаметр цилиндра; d_{out} — внешний диаметр цилиндра; D — диаметр; ПП — пьезопреобразователь.

Условия и характер расслаивания суспензий частиц в цилиндрических трубках

Условия озвучивания	Экспериментально наблюдаемая картина расслаивания суспензии	Ссылка	Примечание
Толстостенный горизонтальный капилляр, которому придают U-образную форму в середине, погружаемой в масляный фонтан; $d_{in} = 1$ мм, ~ 250 кГц*, $d_{out} = \sim 5$ мм	Тонкие диски с четкими границами располагаются вертикально на расстоянии $\lambda/2$	[13]	Исследование стационарных волн. Разделение частиц разной природы — эмульсии толуола и частиц кварца, образующих слои на расстоянии $\lambda/4$ друг от друга (в узлах и пучностях)
1 МГц, 3 МГц, 5 МГц; облучение эмбриона цыпленка в поле стоячей волны через слой воды; $d_{in} = 0.09 \div 0.35$ мм	Клетки в кровеносных сосудах образуют полосы на расстоянии $\lambda/2$, разделенные чистой плазмой. Процесс обратим, полосы с параболическим профилем в сосудах с ламинарным потоком	[14], [15]	Поток клеток крови остановлен при действии стационарного УЗ-поля. Пороговая интенсивность зависит от типа, размера и ориентации сосуда, частоты биения сердца.
1 МГц, ПП-диск, $D = 30$ мм; сопряжение через промежуточный слой воды. Вертикально расположенный стеклянный капилляр $d_{in} = 1$ мм или 2 мм. Озвучивание снизу, вдоль оси капилляра	Регулярное расположение полос агглютинатов, "приклеившихся" к стенке, на расстоянии $\lambda/2$ друг от друга	[16]	Ускорение процессов агглютинации. При диаметре капилляра 5 мм отчетливого расслаивания не наблюдалось
4.59 МГц, трубчатый ПП; сопряжение через воду. Вертикальный стеклянный капилляр, $d_{in} = 2$ мм. Озвучивание перпендикулярно оси	"Стружки" частиц, расположенных радиально на расстоянии $\lambda/2$ (концентрические слои)	[17]	Ускорение процессов агглютинации по сравнению с озвучиванием вдоль оси капилляра
1 МГц, квадратный ПП 1×1 см. Горн специальной формы и промежуточный слой для передачи УЗ внутрь стеклянного капилляра (озвучивание вдоль оси капилляра). Отражатель — воздух	Слои эритроцитов на расстоянии $\lambda/2$ друг от друга перпендикулярно оси капилляра, разделенные слоями чистой плазмы	[18], [19]	Ускорение и автоматизация определения гематокрита крови
а) 3.14 МГц, ПП-диск $D = 30$ мм, вертикальная трубка из плексигласа: $d_{out} = 15$ мм, толщина стенок 1.3 мм. б) 0.5 МГц, вертикальная трубка из политетрафторэтилена: $d_{out} = 2.69$ мм, толщина стенок 0.5 мм. Отражатель — стеклянная крышка. Озвучивание снизу	а) Горизонтальные слои на расстоянии $\lambda/2$ со временем образуют вертикальные столбики. б) Первоначальные слои на расстоянии $\lambda/2$, далее в зависимости от величины P_0 образуют слоистый столбик на оси или кольца на стенках на расстоянии 2.33 мм ($> \lambda/2$ плоской волны = 1.5 мм)	[20]	Моделирование поведения частиц в широких и узких цилиндрических волноводах ($d_{in} = 12.5$ и 0.4 мм). Направление движения частиц зависит от свойств частиц и среды, характеристик УЗ-поля. Определен критический радиус узкого волновода для перемещения частиц к стенкам. Разработан широкий волновод для создания столбика частиц
3 МГц, 2-элементный ПП: внутренний диск радиусом 1.5 мм, внешнее кольцо с наружным радиусом 5 мм. Поликарбонатная трубка, $d_{in} = 10$ мм. Озвучивание вдоль оси трубки. Отражатель — металл	При возбуждении обоих ПП — параллельные слои частиц перпендикулярно оси. При выключении внешнего ПП — узкий столбик частиц вдоль оси	[21]	Улучшение характеристик волоконно-оптического биосенсора для детектирования <i>Salmonella</i>

Продолжение

Условия озвучивания	Экспериментально наблюдаемая картина расслаивания суспензии	Ссылка	Примечание
8.5 МГц, ПП $D = 20$ мм, радиус кривизны 50 мм. Плоский отражатель в фокальной плоскости. Капилляры из SiO_2 , $d_{\text{in}} / d_{\text{out}} = 75/126$, 50/126, 40/81, 20/66 (в мкм) вдоль оси УЗ-поля. Вся УЗ-ловушка помещена в воду	Узкие полосы частиц, перпендикулярные оси капилляра	[22], [23]	Селективное разделение микросфер по размерам в потоке в УЗ-ловушке на основе стоячей волны полусферической формы
160 кГц, изогнутый стеклянный капилляр в полиимидной оболочке ($d_{\text{in}} / d_{\text{out}} = 100/200$, мкм) приклеен в канавках на концах пластины ПП	Движение частиц к узлам давления внутри капилляра при резонансной частоте. Поперечное перемещение при изменении частоты	[24]	Низковольтная высокоскоростная УЗ-хроматография на основе сочетания аксиальной радиационной и поперечной инерционных сил
318 кГц, прямой стеклянный капилляр в полиимидной оболочке ($d_{\text{in}} / d_{\text{out}} = 100/200$, мкм) приклеен в канавках на концах 300 мкм пластины ПП	Фокусирование сфер в узлах (пучностях) давления изгибных волн	[25]	Возбуждение продольных и изгибных волн в капилляре. Разделение по размерам и по природе микронных частиц. Фокусировка 300 нм частиц
ПП приклеен аксиально к трубке. Трубка: а) из "мягкого" стекла, $d_{\text{in}} = 2.2$ мм, $d_{\text{out}} = 3.97$ мм; б) из кварца, $d_{\text{in}} = 2.0$ мм, $d_{\text{out}} = 7.85$ мм. Кристалл ПП: длина 30 мм, толщина 3 мм, ширина 1.5 мм, резонанс толщиной моды — 420 кГц	Толщина линии концентрирования частиц на оси трубки в поперечнике составляет несколько диаметров частиц	[26]	Теория поля 2-слойного цилиндра, расчет мод для концентрирования частиц на центральной оси. Экспериментальная проверка. Создание УЗ проточных систем (проточного цитометра)

Примечание. * — рассчитано по расстоянию между слоями на рисунке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Masudo T., Okada T. Particle Separation with Ultrasound Radiation Force // Current Analytical Chemistry. 2006. V. 2. P. 213–227.
- Wiklund M., Hertz H.M. Ultrasound Enhancement of Bead-Based Bioaffinity Assays // Lab Chip. 2006. V. 6. P. 1279–1292.
- Laurell T., Petersson F., Nilsson A. Chip Integrated Strategies for Acoustic Separation and Manipulation of Cells and Particles // Chem. Soc. Rev. 2007. V. 36. P. 492–506.
- Kuznetsova L.A., Coakley W.T. Applications of Ultrasound Streaming and Radiation Force in Biosensors // Biosensors and Bioelectronics. 2007. V. 22, N 8. P. 1567–1577.
- Пашовкин Т.Н., Садикова Д.Г. Расслаивание, разделение и концентрирование клеток в поле стоячих ультразвуковых волн // Акустический журнал. 2009. Т. 55, № 4–5. С. 575–585.
- King L.V. On the Acoustic Radiation Pressure on Spheres // Proc. R. Soc. 1934. V. A147, N 861. P. 212–240.
- Yosioka K., Kavasima Y. Acoustic Radiation Pressure on Compressible Sphere // Acustica. 1955. V. 5. P. 167–173.
- Горьков Л.П. О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // Доклады АН СССР. 1961. Т. 140, № 1. С. 88–91.
- Barmatz M., Collas P. Acoustic Radiation Potential on a Sphere on Plane, Cylindrical, and Spherical Standing Wave Field // JASA. 1985. V. 77, N 3. P. 928–945.
- Whitworth G., Coakley W.T. Particle Column Formation in a Stationary Ultrasonic Field // JASA. 1992. V. 91. P. 79–85.
- Шарфарец Б.П. О собственных колебаниях жидкости в ограниченном цилиндре // Научное приборостроение. 2009. Т. 19, № 3. С. 21–27.
- Бражников Н.И. Ультразвуковые методы. М.-Л.: Энергия, 1965. 248 с.
- Söllner K., Bondy C. The Mechanism of Coagulation by Ultrasonic Waves // Trans. Faraday Soc. 1936. V. 32. P. 616–623.
- Dyson M., Woodward B., Pond J.B. Flow of Red Blood Cells Stopped by Ultrasound // Nature. 1971. V. 232. P. 572–573.
- Dyson M., Pond J.B., Woodward B., Broadbent J. The Production of Blood Cell Stasis and Endothelial Damage in the Blood Vessels of Chick Embryos Treated with Ultrasound in a Stationary Wave Field // Ultrasound in Med. & Biol. 1974. V. 1. P. 133–148.
- Jepras R.I., Clarke D.J., Coakley W.T. Agglutination of Legionella Pneumophila by Antiserum is Accelerated in an Ultrasonic Standing Wave // J. Immunol. Methods. 1989. V. 120. P. 201–205.
- Jenkins P., Barnes R.A., Coakley W.T. Detection of Meningitis Antigens in Buffer and Body Fluids by Ul-

- trasound-Enhanced Particle Agglutination // J. Immunol. Methods. 1997. V. 205. P. 191–200.
18. *Brimhall O.D., Peterson S.C., Baker C.D., Riddle M.D.* Apparatus and Method for Using Ultrasound to Determine Hematocrit. Patent US 4854170; publication date 08.08.1989; priority 12.10.1988 (Separation Technology Inc, US).
 19. *Baker C.D., Brimhall O.D., McLaughlin T.J.* Noncontact Hematocrit Reader Apparatus and Method. Patent US 5139328; publication date 18.08.1992; priority 24.05.1989 (Separation Technology Inc, US).
 20. *Whitworth G., Coakley W.T.* Particle Column Formation in a Stationary Ultrasonic Field // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91, N 1. P. 79–85.
 21. *Zhou C., Pivarnik P., Garth Rand A., Letcher S.V.* Acoustic Standing-Wave Enhancement of a Fiber-Optic Salmonella Biosensor // Biosensors & Bioelectronics. 1998. V. 13. P. 495–500.
 22. *Wiklund M., Nilsson S., Hertz M.* Ultrasonic Trapping in Capillaries for Trace-Amount Biomedical Analysis // J. Appl. Physics. 2001. V. 90, N 1. P. 421–426.
 23. *Wiklund M., Spegel P., Nilsson S., Hertz M.* Ultrasonically-Trap Enhanced Selectivity in Capillary Electrophoresis // Ultrasonics. 2003. V. 41 P. 329–333.
 24. *Lee C.-H., Lal A.* Low-Voltage High-Speed Ultrasonic Chromatography for Microfluidic Assays // Proc. Solid State Sens. Act. Workshop, Hilton Head Island, South Carolina, 2002. P. 206–209.
 25. *Araz M.K., Lee C.-H., Lal A.* Ultrasonic Separation in Microfluidic Capillaries // 2003 IEEE Ultrasonics Symposium, 2003. P. 1066–1069.
 26. *Goddard G., Kaduchak G.* Ultrasonic Particle Concentration in a Line-Driven Cylindrical Tube // JASA. 2005. V. 117, N 6. P. 3440–3447.

**Институт аналитического приборостроения РАН,
Санкт-Петербург**

Контакты: *Алексанов Денис Игоревич,*
peregrinius@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 25.12.2009.

MODELLING OF AN ACOUSTIC FIELD OF FLUID-FILLED CAPILLARIES

D. I. Alexanov, N. N. Knyazkov, E. D. Makarova, B. P. Sharfarets

Institute for Analytical Instrumentation RAS, Saint-Petersburg

The problem of natural acoustic vibrations of a nonuniform fluid-filled glass cylinder is considered in this paper. Basing on certain cases this paper considers a problem of resonance conditions determination within a liquid layer and a problem of stability of natural frequencies of acoustic vibrations of the system in question when some of the parameters vary.

Keywords: acoustic resonance, ultrasound capillary systems, eigenfrequencies, mathematical modelling