

УДК 519.237.8: 539.18

а В. Н. Трифанов, В. И. Тарханов, М. М. Нестеров

ФИЗИЧЕСКИЕ РЕШАТЕЛИ НА СПИНОВЫХ КЛАСТЕРАХ

В отличие от стабилизации фазы Берри поляризованных переохлажденных нейтронов, предложенной в Институте Ланжевена, мы предлагаем два альтернативных подхода. Первый основан на одновременном воздействии двумя пучками модулированного когерентного света с двух противоположных направлений на спиновые кластеры (размером порядка 25 нм) в транспаранте площадью 1 см^2 , сформированные интерференцией этих волн. Возникают стоячие волны с пучностями в кластерах и формируется отклик — обратное световое эхо. Каждый кластер становится идеальным сумматором. Функциональные отношения между кластерами описываются в терминах алгебры Колмогорова—Габо́ра. Второй подход основан на постоянном поле ядра Грина каждого кластера. Инвариантная статистика позволяет стратифицировать намагниченность каждого кластера по его статистическим резонансам. Связь между стратами устанавливается алгеброй Колмогорова—Габо́ра.

ВВЕДЕНИЕ

Эта работа является альтернативной к экспериментальным исследованиям стабильности фазы Берри институтом Ланжевена (Гренобль, Франция) [1]. Де Чиара (G. De Chiara) и Пальма (G. Palma) [2] проанализировали влияние шума на геометрическую фазу частицы со спином $1/2$, подверженную действию адиабатически меняющихся магнитных полей. При этом фаза состояния равна $\Phi = \Phi_d + \Phi_g$, где Φ_d есть динамическая фаза Лармора, а Φ_g — геометрическая фаза. Они показали, что колебания Φ_g исчезают для больших времен воздействия шумового поля. Для доказательства этой идеи предлагается эксперимент на переохлажденных нейтронах в установке с кольцами Гельмгольца размером порядка метра.

Идея альтернативного подхода заключается в разделении этих двух фаз. Физический решатель строится только на динамической фазе Лармора.

ДВА ВАРИАНТА АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПОДХОДА**Импульсное поле ядра Грина**

В одном случае рассматриваются спиновые кластеры размером порядка 25 нм в транспаранте площадью 1 см^2 с одновременным воздействием двумя пучками модулированного когерентного света с двух противоположных направлений и формированием отклика в режиме светового эха обратной волны. Такую систему можно реализовать, например, на плоской ячейке с парами атомов цезия, подвергнутыми оптической накачке [3]. При этом в транспаранте возникают стоячие вол-

ны с пучностями в кластерах и узлами между ними. Благодаря модуляции, каждая пучность имеет свою интенсивность свечения. При таком подходе каждый кластер становится идеальным сумматором со своим значением ядра Грина. С помощью фазы Блоха и алгебры Колмогорова—Габо́ра или полиномиальной алгебры можно строить функциональный суперкомпьютер.

Постоянное поле ядра Грина

Второй подход основан не на импульсном, а на постоянном поле ядра Грина для каждого кластера. В этом случае инвариантная статистика позволяет стратифицировать намагниченности каждого кластера по его статистическим резонансам и вероятностям их возбуждения. Связь между стратами устанавливается алгеброй Колмогорова—Габо́ра.

ФОРМИРОВАНИЕ КЛАСТЕРНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрим основные проблемы и новые возможности альтернативного подхода.

Прежде всего необходимо сформировать кластерную среду на парах атомов цезия. Она формируется встречными пучками накачивающего резонансного света. Пары цезия обладают резонансными нелинейностями для резонансного инфракрасного излучения на длине волны 852 нм. Лазерный источник должен иметь узкую линию излучения и удерживаться в резонансе с острой линией поглощения. Цезиевый оптический коррелятор работает на непрерывном излучении с интенсивностями порядка 10^{-3} Вт/см^2 и обладает време-

нем отклика 30 нс, которое ограничивается временем жизни оптически возбужденных уровней. Большая подвижность атомов ограничивает минимальный размер кластеров, различимых в парах цезия, величиной порядка 40 мкм. Меньшие размеры кластеров доступны в присутствии буферных газов, но обладают меньшей чувствительностью. Импульсный характер поведения кластеров обеспечивается динамическим характером транспарантов, осуществляющих пространственную модуляцию структуры световых пучков. Откачанная цезиевая ячейка содержит пары атомов цезия с плотностью $8 \cdot 10^{11}$ атомов/см³, что обеспечивает поглощение в центре линии порядка 70 %. Область взаимодействия световых пучков имеет диаметр 3 мм и длину 1 мм, ограниченную толщиной плоской ячейки. В области взаимодействия находится порядка $6 \cdot 10^9$ атомов цезия. Именно здесь образуется кластерная среда.

Кластерная среда формируется встречными потоками пространственно модулированного резонансного когерентного света, которые осуществляют оптическую накачку атомов цезия пропорционально результату пространственной конструктивной интерференции накачивающих световых пучков. Пространственная структура и степень ядерной намагниченности кластеров оценивается по рассеянию третьего считывающего когерентного резонансного светового пучка, который прикладывается под малым углом порядка 10 мрад к направлению распространения накачивающих пучков. Результат рассеяния после соответствующей обработки регистрируется фотодетектором.

Динамическая пространственная амплитудная модуляция световых пучков позволяет каждому кластеру получать свое значение ядерной намагниченности. Она измеряется по сигналу эха обратной волны и передается во внешний решатель. Таким образом, физическому решателю на спиновых кластерах необходим внешний решатель для установления функциональной связи между кластерами.

Модуляция световых фотонов может осуществляться состоянием исследуемой среды. Для этого необходим преобразователь состояния среды в амплитуду фотонов. Как видим, возникла потребность в наличии исследуемой среды и преобразователя между средой и спиновым решателем. Возможна другая альтернатива, когда в машинном моделировании преобразователь является интерфейсом между внешним решателем и спиновым решателем. Оба варианта необходимы в исследовании состояний природных и виртуальных сред.

Отметим еще один концептуальный момент. Дело в том, что намагниченность атомов в z-проекции ортогональной плоскости транспаранта может быть независимой и когерентной в световой накачке. Таким образом, в кластере возникают три

уровня организации: атом, когерентная неделимая группа атомов и кластер как совокупность независимых когерентных групп. Условно эти группы можно обозначить так — атом, мезоатом, микроатом (кластер).

ТЕХНОЛОГИЯ РАБОТЫ ФИЗИЧЕСКОГО РЕШАТЕЛЯ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Рассмотрим технологию работы физического решателя в случае импульсных возбуждений кластеров. Она основана на формулах Блоха:

$$d\mathbf{M}/dt = C(\mathbf{M} \times \mathbf{B}), \quad d\mathbf{M}/dt = ig(\mathbf{M} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

где $\mathbf{M}$ есть магнитный момент кластера, $\mathbf{B}$ — величина индукции магнитного поля, $\times$ — векторное произведение, C — константа, g — гиромагнитное отношение.

Если поле прикладывать импульсно:

$$\mathbf{B} = B\delta, \quad (2)$$

где δ — дельта-функция Дирака, то получаем:

$$dj_k = CB_k \int \delta_k dt = CB_k, \quad (3)$$

где dj_k — поворот угла прецессии, перпендикулярный плоскости $(\mathbf{M} \times \mathbf{B})$; B_k — амплитуда дельта-импульса. Возбуждая кластерную среду разными импульсами внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_k$ вдоль оси z , ортогональной плоскости транспаранта, и наблюдая повороты намагниченности в плоскости транспаранта, можно найти константу C :

$$C = dj_k / B_k. \quad (4)$$

Она является константой спиновой кластерной среды и не зависит ни от намагниченности кластера $\mathbf{M}$, ни от внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_k$.

Принципиальной особенностью такого поведения является то, что кластер превращается в идеальный сумматор дельта-импульсов $B_k \delta_k$. В пределе при частых импульсах $B_k \delta_k$ он превращается в идеальный линейный интегратор с ядром B_k : $\forall k$.

Во втором случае, также как и в первом, ось z будем ориентировать ортогонально плоскости транспаранта. По этой оси направлено внешнее магнитное поле $\mathbf{B}$. Производная намагниченности $d\mathbf{M}/dt$ находится в плоскости транспаранта. При такой ориентации частота ларморовской прецессии будет равна

$$w = gB. \quad (5)$$

Напомним, что g есть отношение механического момента количества движения к магнитному. Это гиромагнитное отношение является характеристической спиновой среды.

Вновь, если $\mathbf{B}_k$ есть дельта-импульс

$$\mathbf{B}_k = B_k \mathbf{d}_k, \quad (6)$$

то от каждого такого импульса наблюдается поворот магнитного момента в плоскости транспаранта

$$dj_k = g B_k \int \delta_k dt = g B_k. \quad (7)$$

И в этой интерпретации получаем идеальный сумматор дельта-импульсов $B_k \delta_k$ в плоскости транспаранта. В пределе при частых повторениях дельта-импульсов $B_k \delta_k$ получаем идеальный линейный интегратор с ядром B_k : $\forall k$.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАТОРА К РЕШЕНИЮ АНАЛОГОВЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрим ряд приложений такого интегратора к решению аналоговых задач. Отметим, что аналоговое подобие основано на изоморфизме интегро-дифференциальных и других функциональных уравнений, описывающих процессы в средах разной природы. Без внешнего решателя при решении таких задач не обойтись, т. к. взаимосвязь между состояниями независимых кластеров транспаранта осуществляется внешним решателем в алгебре Колмогорова—Габо́ра или в другой сепарабельной функциональной алгебре. При этом статистические резонансы состояния кластера определяются по ограниченному множеству состояний инвариантной статистики.

Напомним, что состояния реальных исследуемых сред χ_k отображаются в намагниченность кластеров B_k с помощью преобразователя

$$c_k \rightarrow B_k. \quad (8)$$

Далее не будем указывать это преобразование в рассматриваемых задачах, а будем исследовать их в пространстве естественных состояний среды χ_k .

Динамическая система

В общей теории систем динамическая система описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{x}$, $\dot{\mathbf{x}}$ есть состояние системы и его производная по времени; $\mathbf{u}$ — управление; $\mathbf{y}$ — результат ее функционирования; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ — матрицы взаимосвязи этих характеристик: $\mathbf{A}$ — матрица обратной связи, $\mathbf{B}$ — матрица входа, $\mathbf{C}$ — матрица выхода, $\mathbf{D}$ — матрица обхода.

Будем считать, что все переменные состояния, управления и входа стратифицированы. Каждая страта представляется своим статистическим ре-

зонансом. Такую возможность предоставляет инвариантная статистика, разработанная В.Н. Трифановым. Ее подробное изложение будет опубликовано отдельно. Отметим только, что она принципиально отличается от сеточных методов А.А. Самарского, т. к. учитывает асимметрию и неоднородность страт. Такая стратификация позволяет представить задачу в конечномерной сепарабельной алгебре, представителем которой является алгебра Колмогорова—Габо́ра. Переменная состояния в ней описывается выражением

$$x = C + \sum_k C_k x_k + \sum_{k,m} C_{k,m} x_k x_m + \sum_{k,m,n} C_{k,m,n} x_k x_m x_n + \dots, \quad (10)$$

где $k, m, n, \dots$ — индексы выделенных страт.

Проблема идентификации динамической системы сводится к следующему. Структура и значение матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ неизвестны. Наблюдаются состояния $\mathbf{x}$, управления $\mathbf{u}$ и результаты $\mathbf{y}$. По состояниям $\mathbf{x}$ определяются производные $\dot{\mathbf{x}}$. Объединим векторы и матрицы в единую структуру:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Тогда динамическая система будет описываться матричным равенством

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}. \quad (12)$$

Заметим, что

$$\mathbf{x} = \int \dot{\mathbf{x}} dt. \quad (13)$$

Этот интеграл берется физическим решателем спинового кластера по формулам Блоха. В принятых обозначениях динамическая система выглядит в дифференциальной форме так:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

В интегральной форме имеем:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}_0 + \int_t \mathbf{A} \mathbf{x} + \int_t \mathbf{B} \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (15)$$

Символически это можно записать так:

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_t \mathbf{A} & \int_t \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0. \quad (16)$$

При работе в тактовом режиме динамическая система представляется автоматной структурой Мура или Мили.

Автоматная структура Мура имеет вид:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\y_{k+1} &= Cx_k + Du_k.\end{aligned}\quad (17)$$

Здесь k — текущий такт, $k+1$ — следующий такт. Это рекурсивная система. В блочном виде рекурсия выглядит так:

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ u_k \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Приведем три формы представления динамической системы к унифицированному виду

$$Y = AX + V. \quad (19)$$

Здесь X — вход, Y — выход, V — неопределенность функционирования. Речь идет о переопределенных системах.

Дифференциальная форма:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Интегральная форма при $x_0 = 0$:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}_t, \quad Y = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix}_{t+t}, \quad A = \begin{pmatrix} \int_t A & \int_t B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Автоматная форма:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}_k, \quad Y = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix}_{k+1}, \quad A = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Пусть J_m есть множество входов; J_k — множество выходов; T — интервал наблюдения. Тогда в матричной записи имеем:

$$Y_{kt} = A_{km} x_{mt} + V_{kt} : \quad \forall (m \in J_m, k \in J_k, t \in T). \quad (23)$$

В транспонированной форме получаем

$$Y_{tk} = X_{tm} A_{mk} + V_{tk}. \quad (24)$$

Для полноопределенной системы

$$V_{tk} = 0.$$

Для переопределенной системы

$$V_{tk} \neq 0.$$

Для получения робастно устойчивых решений будем работать с переопределенными системами, для которых

$$T > J_k, \quad T > J_m. \quad (25)$$

Заметим, что в общем виде строки матриц Y_{tk} , X_{tm} являются сепарабельными формами типа полино-

мов Колмогорова—Габора или других функциональных сепарабельных форм. Все интегралы и суммы по времени $t \in T$ берутся по сумматорам Блоха на спиновом транспаранте физического решателя.

Полноопределенные системы

Зафиксируем некоторый столбец $k \in J_k$ и введем обозначения

$$\begin{aligned}Y &= Y_t = Y_{tk}, \quad A = A_m = A_{mk}, \\V &= V_t = V_{tk}, \quad X = X_{tm}; \\ \exists k \in J_k, \quad \forall (m \in J_m, t \in T).\end{aligned}\quad (26)$$

В таких обозначениях имеем:

$$\begin{aligned}Y &= X \cdot A + V, \\q &= X \cdot A = X_m \cdot A_m = X_{tm} \cdot A_m.\end{aligned}\quad (27)$$

Здесь символ $\cdot$ обозначает скалярное произведение по $\forall m \in J_m$.

Рассмотрим квадратичный критерий

$$Q = (2Y - q) \cdot q \quad (28)$$

и найдем его максимум из условия

$$dQ/dq = 0.$$

В результате получим

$$Y = q = X \cdot A, \quad Q = Y \cdot q = q \cdot q = q^2. \quad (29)$$

Переопределенные системы

Условие (29) определяется только для полноопределенных систем. Для переопределенных систем возникает неопределенность V , поэтому для них получаем

$$Y = q + V = X \cdot A + V. \quad (30)$$

Таким образом, линейные (сепарабельные) формы (27) являются наилучшим приближением квадратичного критерия Q (28).

Предположим, что для некоторой совокупности столбцов матрицы

$$X = X_{tm}, \quad \exists m \in J_m$$

найден обобщенная обратная матрица B со свойствами:

$$BX = I, \quad XB = H, \quad BV = 0. \quad (31)$$

Здесь $I = I_{mm}$ есть единичная матрица размерности m ; $H = H_{tt}$ есть проектор на пространство столбцов m размерности t , $\forall t \in T$.

Проекторы обладают свойством идемпотентности:

$$H^2 = X B X B = X I B = X B = H. \quad (32)$$

При таких условиях получаем:

$$A = B Y, \quad A_m = B_m Y, \quad \exists m \in J_m. \quad (33)$$

С учетом этих результатов находим:

$$\begin{aligned} Y = q + V = X \cdot A + V = X B V + V, \quad q = H Y, \\ V = Y - H Y = (I - H) Y = G Y. \end{aligned} \quad (34)$$

Проектор G идемпотентен:

$$G^2 = (I - H)^2 = I - 2H + H^2 = I - H = G. \quad (35)$$

Он ортогонален проектору H :

$$\begin{aligned} G H = (I - H) H = H - H^2 = H - H = 0, \\ H G = H(I - H) = H - H^2 = H - H = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Определим транспонированные векторы:

$$q^T = Y^T H, \quad V^T = Y^T G. \quad (37)$$

Найдем квадраты и произведения векторов:

$$\begin{aligned} q^2 = q^T q = Y^T H^2 Y = Y^T H Y = Y^T q, \\ V^2 = V^T V = Y^T G^2 Y = Y^T G Y = Y^T V, \\ V^T q = Y^T G H Y = 0, \quad q^T V = Y^T H G Y = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Как видим, векторы q и V ортогональны. При таких условиях полный квадрат выхода будет равен:

$$\begin{aligned} Y^2 = Y^T Y = (q + V)^2 = q^T q + V^T V = \\ = Y^T H Y + Y^T G Y = Y^T I Y, \\ Y^2 = q^2 + V^2, \quad q^T V = V^T q = 0, \\ H + G = I, \quad Q = q^2 = Y^T q. \end{aligned} \quad (39)$$

Получено, что полный квадрат выхода разлагается на две ортогональные части — структурно связанную $Q = q^2 = Y^T q$ и не связанную V^2 .

Максимум квадратичного критерия сводится к условию

$$\max Q = \max q^2 = \max Y^T q. \quad (40)$$

Этот результат справедлив для любой выборки столбцов $m \in J_m$, в том числе для одного столбца $n \in J_m$ получаем:

$$\begin{aligned} Y = X_n \cdot A_n + V_n, \quad A_n = B_n Y, \\ Y = X_n \cdot B_n Y + V_n = H_n Y + V_n = q_n + V_n. \end{aligned} \quad (41)$$

Но для одного столбца обратная матрица находится из условия

$$B_n = X_n^T / X_n^2. \quad (42)$$

В этом случае квадратичный критерий принимает вид

$$Q_n = q_n^2 = Y^T H_n Y = (Y^T X_n)^2 / X_n^2. \quad (43)$$

Условие максимума критерия принимает вид

$$\max_{n \in J_m} Q_n = \max_{n \in J_m} (Y^T X_n)^2 / X_n^2, \quad \forall n \in J_m. \quad (44)$$

Такая процедура продолжается рекурсивно до полного исчерпания входов X в структурном описании выходов Y .

Далее рассуждения продолжим методом математической индукции. Пусть на некотором этапе найдено наилучшее структурное описание Y :

$$Y = X_m \cdot A_m + V_m. \quad (45)$$

Выберем наилучший столбец $n \in J_m$, не вошедший в структурное описание:

$$Q_n = \max_n Q_n, \quad \forall n \in J_m, \quad B_n = X_n^T / X_n^2.$$

Проведем согласование этого столбца со всеми столбцами, вошедшими в структурное описание:

$$\begin{aligned} B_n = B_n - B_n A B, \quad B_n = B_n / B_n \cdot A_n, \\ B_k = B_k - B_k A_n B_n, \quad B_k = B_k / B_k \cdot A_k, \quad \forall k \in J_m. \\ B = B + B_n, \quad A = A + A_n, \quad X = X + X_n, \\ q = q + q_n = X A + V = X B Y + V. \end{aligned} \quad (46)$$

$$Q = q^2 + q_n^2 \quad (47)$$

Такая процедура продолжается до полного насыщения выхода Y по входам X . Заметим, что в этой рекурсии соблюдаются три критерия самоорганизации структуры.

1) Критерий полноты:

$$Q_s = \max Q. \quad (48)$$

2) Критерий эффективности:

$$Q_n = \max_n Q_k, \quad n \in J_m. \quad (49)$$

3) Критерий устойчивости:

$$q V = 0. \quad (50)$$

Предложенный подход удовлетворяет второй теореме Ляпунова для устойчивых систем. Действительно, имеем:

$$dQ = Q_n > 0, \quad d^2 Q < 0. \quad (51)$$

Поэтому изложенная процедура потока связности динамической системы устойчива. После транспонирования полученных результатов находим:

$$Y = A \cdot X + V, \quad Y_{kt} = A_{km} X_{mt} + V_{kt}, \quad (52)$$

$$\forall (m \in J_m, k \in J_k, t \in T).$$

Таким образом, задача поиска структурной связности динамической системы как задача ее идентификации решена. Отметим, что все суммы по времени $t \in T$ ведутся по каждому кластеру транспаранта спинового решателя. Все суммы по индексам $m \in J_m, n \in J_n$ ведутся на внешнем решателе.

ИНВАРИАНТНАЯ СТАТИСТИКА [4]

Вторую проблему в данной работе только обозначим. В постоянном магнитном поле $\mathbf{B}_k$ кластера $k \in J_k$ z-проекция магнитного момента $\mathbf{M}$ расщепляется на $M + 1$ уровней. Но коль скоро в кластере много атомов, то и число таких уровней очень велико. При решении задач взаимодействия всех кластеров транспаранта по всем уровням возникает проблема "проклятия размерности", по общему выражению Белмана.

Здесь на помощь приходит инвариантная статистика. Она стратифицирует все уровни z-проекции намагниченности по ограниченному числу статистических страт $n \in J_n$. Каждая страта имеет свой статистический резонанс и вероятность его возбуждения. Таким образом, стратифицированная система становится алгебраической в пространстве $\{k \in J_k, n \in J_n, t \in T\}$. Она позволяет описать статистические резонансы страт всех кластеров транспаранта J_{km} . Вероятности возбуждения этого множества известны для $\forall t \in T$.

Между элементами множества J_{km} можно установить эволюционную взаимосвязь в виде марковского процесса

$$P_{k,t+t} = A_{km} P_{mt} + V_{k1}, \quad \forall (k, m \in J_{km}, t \in T), \quad (53)$$

где $t, t+t \in T$ есть последовательные моменты времени; $P_{k,t+t}, \mathbf{L} P_{mt}$ — вероятности возбуждения резонансов с индексами $k, m \in J_{km}$; V_{kt} — неопределенность этой взаимосвязи. Коль скоро $V_{kt} \neq 0$, то система переопределена. Для нее выполняется условие $T > J_{km}$.

При решении задачи идентификации с целью определения матрицы взаимосвязи A_{km} исходное уравнение необходимо транспонировать:

$$P_{k,t+t} = A_{tm} P_{mk} + V_{tk}. \quad (54)$$

В таком виде задача решается так же, как и в первом случае, рассмотренном выше. При решении задачи все суммы по времени $t \in T$ берутся по формулам Блоха на спиновом решателе, а все суммы по стратам $k, m \in J_{km}$ выполняются на внешнем решателе.

Для преодоления "проклятия размерности" при большом множестве страт J_{km} можно провести повторную стратификацию методами инвариантной статистики, объединяя микростраты множества J_{km} в макростраты приемлемой размерности. После этого следует решать задачу идентификации с использованием марковских уравнений взаимосвязи (53) и (54).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Filipp S., Geltenbort P., Hasegawa Y., et al. Experimental Test of the Stability of Berry's Phase // *Proposal 3-14-215*.
2. De Chiara G., Palma G.M. Berry Phase for a Spin 1/2 Particle in a Classical Fluctuating Field // *Phys. Rev. Lett.* 2003. V. 91, N 9. 090404 (4 pages).
3. Biaggio I., Partanen J.P., Ai B., Knize R.J., Hellwarth R.W. Optical Image Processing by an Atomic Yarpour // *Nature*. 1994. V. 371. P. 318–320.
4. Трифанов В.Н. Инвариантный статистический анализ и управление в транспортных системах. СПб.: Элмор, 2003. 192 с.

*Институт проблем транспорта РАН,
Санкт-Петербург (Трифанов В.Н.)*

*Петербургский государственный политехнический университет, кафедра квантовой электроники
(Тарханов В.И.)*

*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
(Нестеров М.М.)*

Материал поступил в редакцию 19.11.2007.

PHYSICAL PROCESSORS ON SPIN CLUSTERS**V. N. Trifanov¹, V. I. Tarkhanov², M. M. Nesterov³**¹*Institute of Transport Problems RAS, Saint Petersburg*²*Saint-Petersburg State Polytechnic University, Chair of Quantum Electronics*³*Institute for Computer Science and Automation RAS, Saint Petersburg*

Contrary to the Berry's phase stabilization for polarized ultra-cold neutrons suggested by the Laue Langevin Institute, we propose two alternative approaches. The first one is based on concurrently acting with two beams of modulated coherent light in two opposite directions upon spin clusters (about 25 nm in size) formed by those waves interference in the transparency 1 cm^2 in area. Standing waves with antipodes in the clusters arise, and a response in the form of backward light echo forms. Each cluster becomes an ideal adder. Functional relationships of clusters are describable in terms of Kolmogorov—Gabor algebra. The other approach is based on the Green kernel stationary field of each cluster. Invariant statistics makes it possible to stratify each cluster's magnetization according to its statistical resonances. Inter-cluster relations are described in terms of Kolmogorov—Gabor algebra.