

УДК 621.391; 519.21; 519.245

А. В. Меркушева, Г. Ф. Малыхина

СОГЛАСОВАННОЕ МНОГОКАНАЛЬНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА: ФИЛЬТРАЦИЯ И МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕ

Согласованное многоканальное разделение (СМР) — это метод, обеспечивающий преобразование сигнала в группу (канально разделенных) сигналов существенно меньшей частоты. Полученные частотные компоненты могут использоваться при фильтрации, при кодировании речевого сигнала, для мультиплексирования и непосредственно в сетях коммуникации, где многоканальная передача снижает вероятность ошибок межсимвольной интерференции. С помощью процедуры, дуальной относительно СМР, производится согласованное объединение частотных компонент в единый сигнал. При применении в системе СМР определенных преобразований между фазами анализа (т. е. собственно СМР) и синтеза (объединения компонент) сигнал на выходе может приобретать новые желательные свойства, в частности при необходимости — изменять свою частотную структуру.

ВВЕДЕНИЕ

Система согласованного многоканального разделения (СМР)¹⁾ служит для выделения и передачи по нескольким каналам компонент сигнала в отдельных его частотных диапазонах с пониженной эффективной частотой дискретизации. Такая система за счет разделения общей частотной полосы сигнала на диапазоны обеспечивает снижение межсимвольной интерференции, позволяет осуществлять рациональные формы кодирования сигналов и изображений, а также скремблирование речевого сигнала с целью повышения степени конфиденциальности передаваемой информации. Аналогичным образом могут решаться и другие задачи преобразования спектрального состава сигнала. Некоторые виды систем согласованного многоканального разделения сигнала нашли отражение в работах Крочиере, Вебера и Фланагана (Crochiere, Webber, Flanagan) [1], Чу (P. Chu) [2], Галанда и Нусбаумера (Galland, Nussbaumer) [4], Ветерли и Хирли (Vitterley, Herley) [4], Херли [5], Смита и Эдинса (Smith, Eddins) [6], Эроувуда и Смита (Errowood, Smith) [7], Вайдьянатана (Vaidyanathan) [8]. Методом СМР рассматривались различные структуры, например структура, использующая так называемые квадратичные зеркальные фильтры, где "полу-полосным" фильтрам (ФНЧ и ФВЧ) с невысоким качеством предшествует прореживание отсчетов с $N = 2$, а различные

фильтры, входящие в структуру, выводятся из одного прототипа [2], [3].

Система согласованного многоканального разделения (СМР) сигнала включает набор фильтров анализа (НФА), набор фильтров синтеза (НФС) и устройства кодирования или скремблирования для каждой из компонент сигнала, выделенных в отдельные каналы системы СМР. После каждого фильтра анализа специальное устройство производит снижение эффективной частоты дискретизации (ЭЧД), а перед каждым фильтром синтеза производится восстановление первоначальной частоты дискретизации. Таким образом, согласованный набор фильтров анализа производит несколько выходных сигналов после фильтрации и кратного снижения числа (скорости) отсчетов исходного сигнала. На приемном конце СМР у компонент восстанавливается исходная частота дискретизации, после чего через фильтры синтеза (НФС) они суммируются и образуют выходной сигнал с новыми характеристиками.

Главной особенностью системы согласованного многоканального разделения является возможность полного (без искажений) восстановления сигнала на выходе СМР и то, что это достигается при отсутствии сколько-нибудь жестких требований к качеству фильтров в НФА и НФС. Это свойство систем СМР реализуется за счет самой структуры согласованной фильтрации компонент сигнала и достигается за счет снижения ЭЧД в каналах связи НФА и НФС. Наиболее отчетливо свойство проявляется при многоканальной передаче больших потоков информации, которая реализуется для снижения межсимвольной интерференции. Свойство полного восстановления сигнала (после его декомпозиции) без частотных искажений (так

¹⁾ В дальнейшем сокращение СМР можно расшифровывать двумя способами: "согласованное многоканальное разделение" или "согласованное M -канальное разделение" сигнала

называемого элайзинга, связанного с явлением Гиббса) играет основную роль как при решении задач кодирования сигналов и изображений или скремблирования, так и при различных других формах преобразования спектра сигнала.

СТРУКТУРА СИСТЕМЫ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАЗДЕЛЕНИЯ

Концепция систем СМР и развитие элементов их теории связаны с работами Вайдиянатхана (P.P. Vaidyanathan) [8–10]. Им доказано отсутствие межканального просачивания частот (так называемого элайзинга) и возможность вполне корректного (без искажений) восстановления сигнала на выходе единой системы НФА и НФС.

Система СМР представляет функциональное устройство, схемотехнически производящее M сигналов из единого входного сигнала посредством фильтрации M согласованными фильтрами. Полученные компоненты-сигналы имеют более низкую эффективную частоту отсчетов. Это достигается введением (в каждом канале) специальной процедуры N -кратного прореживания отсчетов сигнала — эта процедура сохраняет только каждый N -й отсчет.

При восстановлении сигнала (с помощью дуальной процедуры) из компонент, полученных в системе СМР на выходе НФА, производится обратное повышение скорости отсчетов с помощью так называемого "интерполирования", при котором между каждой парой ранее прореженных отсчетов вставляется $N-1$ нулей. Интерполированные компоненты сигнала поступают на фильтры синтеза НФС, после чего они суммируются и образуют сигнал выхода СРМ.

В рамках анализируемого метода СМР отпадает необходимость применения правил Котельникова—Шеннона для выбора частоты временной дискретизации сигнала в отдельных каналах системы анализ—преобразование—синтез. Снимается также потребность в высококачественных полосовых фильтрах, т. к. теоретическая основа метода СМР позволяет рассматривать НФА и НФС как совокупность каналов в целом, а не отдельные каналы. Одной из наиболее значимых особенностей системы СМР является одновременность обработки сигнала и то, что различные фильтры, входящие в ее структуру, выводятся из одного прототипа.

Наименее сложными формами являются структуры с однородной системой фильтров на основе полифазного выполнения или на основе функциональных блоков преобразования Фурье (ПФ). Такие структуры систем СМР применяются в приложениях, использующих мультиплексирование на основе частотного или временного разделения

канала, а также при спектральном анализе нестационарных сигналов. В современных беспроводных линиях и сетях связи эти виды мультиплексирования называют уплотнением с временным разделением и уплотнением с частотным разделением²⁾.

Системы СМР при их реализации в форме сопряженных наборов фильтров (НФА и НФС) относятся к классу систем, периодически изменяющихся со временем, у которых производится смена эффективной частоты дискретизации (ЭЧД) сигнала в сторону снижения и затем повышения. Поэтому анализ систем СМР целесообразно начать с рассмотрения функциональных элементов, реализующих прореживание сигнала и повышение его ЭЧД до исходного уровня.

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ В СИСТЕМАХ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАЗДЕЛЕНИЯ СИГНАЛА

Основными операциями СМР являются линейная фильтрация, снижение ЭЧД сигнала путем прореживания его отсчетов и увеличение ЭЧД до начальной величины путем "интерполирования" посредством заполнения промежуточных отсчетов нулями. Статус СМР как линейной системы с периодическим изменением во времени определяется наличием функциональных элементов, выполняющих именно эти две операции, и период такой системы равен N .

Параметрами системы СМР, существенно влияющими на ее структуру, является число каналов M и коэффициент N прореживания отсчетов сигнала. Фактически с коэффициентом N снижается ЭЧД сигнала в каждом из каналов, а затем с тем же коэффициентом осуществляется обратное восстановление ЭЧД в наборе фильтров синтеза методом интерполирования. Такая система может моделироваться N передаточными функциями, соответствующими отклику системы на импульсное воздействие в моменты времени $0, 1, \dots, N-1$. Если считать, что известны z -преобразования этих передаточных функций и они имеют вид $T_0(z), \dots, T_{N-1}(z)$, то в векторной форме они представляются как $\mathbf{t}(z) = [T_0(z), T_1(z), \dots, T_{N-1}(z)]^T$ ³⁾.

Для получения компактной формы аналитического описания системы СМР и общих структур на базе НФА и НФС удобно ввести так называемые

²⁾ Их также называют системами типа TD- и FD-мультиплексирования (time division multiplexing и frequency division multiplexing), или системами уплотнения с временным разделением (TDMA — time division multiple access) и уплотнения с частотным разделением (FDMA — frequency division multiple access) [11].

³⁾ Для аналитического описания системы СМР далее использованы векторно-матричные обозначения. Нумерация индексов начинается с нуля. Например, N -вектор $\mathbf{x}$ обозначается в виде $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$.

мое полифазное разложение (размера N) входного сигнала $s(t)$ для области z -преобразования $S(z)$. Это разложение группирует все отсчеты входного сигнала, имеющие одинаковую фазу (по модулю N , где N — период системы СМР), и может быть записано в форме вектора

$$\mathbf{S}_n(z) = [S_{n0}(z), S_{n1}(z), \mathbf{K}, S_{nN-1}(z)]^T, \quad (1)$$

где $S_{ni}(z) = z^i \sum_{k=-\infty}^{\infty} z^{-kN} \cdot s(kN+i)$ — i -компонента полифазного разложения (ПФР) сигнала в области z -преобразования⁴⁾; n — индекс, указывающий на полифазность представления.

Используя приведенное выше обозначение вектора передаточных функций $\mathbf{t}(z)$ (в z -области), можно представить преобразование сигнала на выходе линейной периодической системы (пока без прореживания отсчетов) в виде выражения:

$$\mathbf{S}_{\text{вых.}}(z) = [\mathbf{t}(z)]^T \cdot \mathbf{S}_n(z). \quad (2)$$

Возможен и другой подход к представлению преобразования сигнала в линейной периодической системе. Этот подход основан на методе дискретного преобразования Фурье и его отражении в z -области. Используется входной сигнал $s(t)$ (с N отсчетами), z -преобразование которого умножается последовательно на возрастающие степени ("модулирующего") множителя $W = \exp(-j2\pi/N)$. Таким способом образуется N -мерный вектор-сигнал в z -области, называемый разложением с модуляцией (РМ):

$$\mathbf{S}_m(z) = [S(z), S(Wz), \dots, S(W^{N-1}z)]^T, \quad (3)$$

где $W = \exp(-j2\pi/N)$; $S(W^k z)$ — k -я компонента разложения; m — индекс, указывающий на РМ.

Полифазное представление сигнала и его представление на основе преобразования Фурье (ПФ) (представление в форме РМ) относятся к одному и тому же сигналу и построены для описания отдельных структур СМР, относящихся к классу линейных систем с периодическим изменением во времени. Поэтому оба типа представлений связаны друг с другом, и их соотношение можно компактно выразить, используя матричную форму дискретного ПФ.

⁴⁾ z -преобразование $S(z)$ дискретного сигнала $s(n)$ (или представление его в z -области) определяется соотношением: $S(z) = \sum_{n=0}^{\infty} s(n)z^{-n}$. Это преобразование может интерпретироваться как аналог дискретного преобразования Фурье, т. к. если представить z в полярных координатах $z = r \cdot \exp(jw)$, то можно получить

$$S(re^{jw}) = \sum_{n=0}^{\infty} s(n) \cdot (re^{jw})^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} s(n) \cdot (r)^{-n} e^{-jwn}.$$

§ Матрица $\mathbf{F}$ преобразования Фурье (размера $N \times N$) имеет вид: $\mathbf{F} = [F_{ik}]$, где $F_{ik} = W^{ik}$ [12].

§ Полифазное разложение и разложение с модуляцией сигнала для описания линейной периодической системы связаны соотношением

$$\mathbf{S}_n(z) = \frac{1}{N} \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}_m(z). \quad (4)$$

Использование (2) и (4) позволяет представить выходной сигнал в линейной и периодической системе выражением (5):

$$\mathbf{S}_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} [\mathbf{t}(z)]^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}_m(z). \quad (5)$$

Это выражение, альтернативное к (2), определяет выходной сигнал (в z -области) в виде линейной комбинации фильтрованного набора z -образов входного сигнала $\{S(z), S(Wz), \dots, S(W^{N-1}z)\}$.

Представления способом разложения с модуляцией (с матрицей ПФ) и полифазное являются основными методами в анализе линейных и периодически изменяющихся со временем систем. По аналогии с анализом обычных систем первый способ (на основе ПФ) можно рассматривать как частотный подход к трактовке системы, а второй (с ПФР) — как временной подход. При этом, как показывают (2), (4) и (5), оба подхода в определенной степени равнозначны, и элементом их связи служит матрица ПФ. Дальнейшее применение одной из этих двух форм представления линейных и периодически изменяющихся со временем систем будет определяться тем, какая из них наиболее удобна при анализе определенной ситуации.

Как отмечено выше, основными операциями, которые реализуются структурными элементами системы СМР, являются: прореживание отсчетов входного сигнала; восстановление исходной ЭЧД интерполированием, состоящим в заполнении нулевыми значениями недостающих отсчетов между прореженными отсчетами,⁵⁾ и фильтрация.

Если сигнал $s(n)$ с z -преобразованием $S(z)$ прореживается с коэффициентом N , то (как показывает правило использования ПФ) z -образ результирующего сигнала $\mathbf{S}_{\text{вых.}}(z)$ имеет вид

$$\mathbf{S}_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(W^k z^{1/N}). \quad (6)$$

⁵⁾ Далее понятия *прореживание* и *интерполирование* будут (без комментариев) использоваться в указанном здесь смысле. При величине коэффициента прореживания N в дискретном сигнале $s(n)$ оставляется только каждый N -й отсчет ($N-1$ пропускается). Как правило, величина коэффициента интерполирования тоже равна N , и в этом случае между отсчетами вставляется $N-1$ нулевое значение.

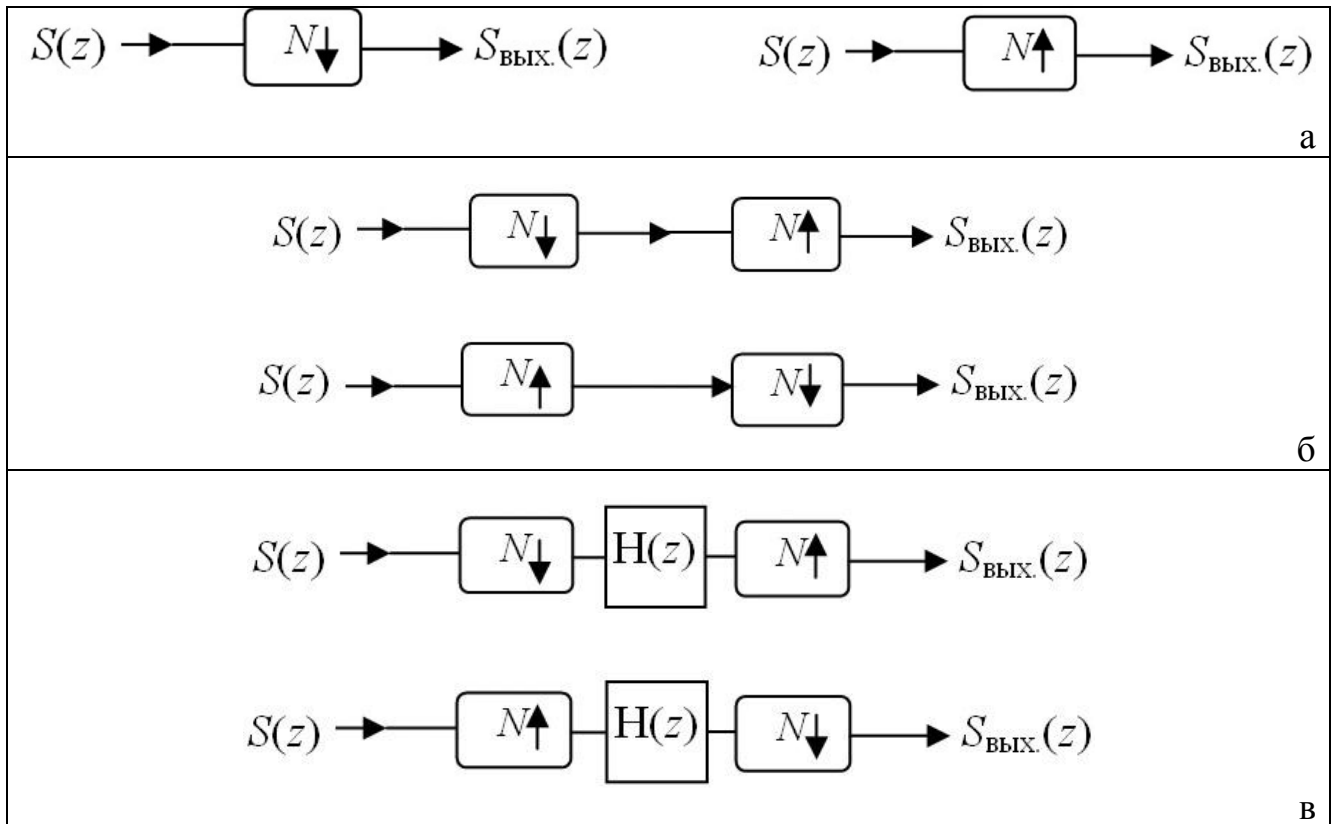


Рис. 1. Функционные элементы структуры систем СМР, выполняющие основные операции преобразования сигналов. а — прореживание $N\downarrow$ и интерполяция $N\uparrow$; б — прореживание с последующей интерполяцией и интерполяция с последующим прореживанием; в — (прореживание, $H(z)$ -фильтрация, интерполяция) и (интерполяция, $H(z)$ -фильтрация, прореживание)

Соотношение (6) при использовании (1)–(4) может быть представлено в векторной форме выражением (7)⁶⁾

$$S_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} [1 \ 1 \ \dots \ 1] \cdot S_{\text{м}}(z^{1/N}) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \cdot S_{\text{п}}(z^{1/N}). \quad (7)$$

Если сигнал $s_{\text{вых.}}(n)$ получен путем интерполирования с коэффициентом N из сигнала $s(n)$, то z -преобразования этих двух сигналов связаны соотношением (8):

$$S_{\text{вых.}}(z) = S(z^N). \quad (8)$$

Операции, соответствующие выражениям (6) и (8) и используемые в последующем анализе струк-

тур систем СМР, показаны на рис. 1. В табл. 1 даны соотношения входа и выхода (в области z -преобразования) при поступлении сигнала на один из структурных элементов СМР или при прохождении сигнала через два таких (последовательно связанных) элемента.

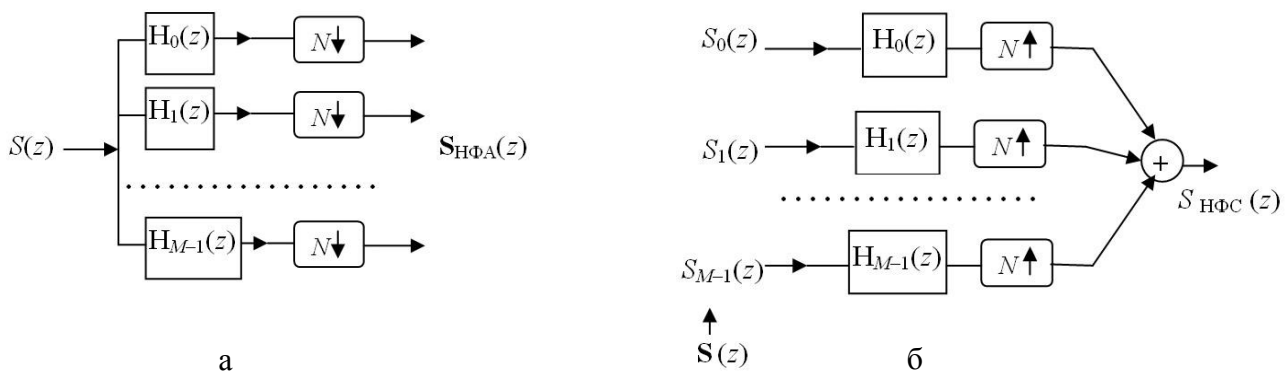
ОСНОВНЫЕ СТРУКТУРЫ СИСТЕМ СМР-СИГНАЛОВ

Наиболее часто используемая структура согласованного многоканального разделения сигналов состоит из двух наборов фильтров — анализа (НФА) и набора фильтров синтеза (НФС). Таким образом, в системе СМР выполняются два этапа, для которых служат соответственно две различные конфигурации: НФА реализует собственно функцию согласованного многоканального (M -канального) разделения сигнала с одновременной операцией прореживания; НФС осуществляет восстановление единого (возможно, преобразованного) сигнала из его компонент в M каналах.

⁶⁾ В формуле (7) и далее под строкой указывается размерность соответствующего вектора или матрицы; в (7) это размерность N векторов $[1 \ 1 \ \dots \ 1]$, $[1 \ 0 \ \dots \ 0]$ и $S_{\text{п}}(z^{1/N})$.

Табл. 1. Основные операции структурных элементов системы СМР и соотношения входного и выходного сигналов (в z -области) при соответствующем преобразовании

№ п/п	Вид операции или последовательно выполняемой группы операций	Соотношение входного и выходного сигналов (в области z -преобразования)
1	Прореживание $N \downarrow$	$S_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(W^k z^{1/N})$
2	Интерполирование $N \uparrow$	$S_{\text{вых.}}(z) = S(z^N)$
3	Прореживание $N \downarrow$ с последующим интерполированием $N \uparrow$	$S_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(W^k z)$
4	То же, что 3, но с промежуточной фильтрацией $H(z)$	$S_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} H(z^N) \sum_{k=0}^{N-1} S(W^k z)$
5	Интерполирование $N \uparrow$ с последующим прореживанием $N \downarrow$	$S_{\text{вых.}}(z) = S(z)$
6	То же, что 5, но с промежуточной фильтрацией $H(z)$	$S_{\text{вых.}}(z) = \frac{1}{N} S(z) \sum_{k=0}^{N-1} H(W^k z^{1/N})$

**Рис. 2.** Структуры основных функциональных компонент СМР: а — НФА; б — НФС

Конфигурация НФА с M каналами и коэффициентом прореживания N определяется M -вектором фильтрации $\mathbf{H}(z)$, компонентами которого являются импульсные передаточные функции (в z -области) $H_0(z)$, $H_1(z)$, ..., $H_{M-1}(z)$ (рис. 2, а). M -вектор сигнала после фильтра $S_{\text{вых.ф.}}(z)$ определяется соотношением

$$\mathbf{S}_{\text{вых.ф.}}(z) = \mathbf{H}(z) \cdot S(z). \quad (9)$$

M -вектор выхода НФА после прореживания отсчетов $\mathbf{S}_{\text{вых. НФА}}(z)$ может быть представлен (с помощью (6) и (9)) выражением (10):

$$\mathbf{S}_{\text{НФА}}(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{S}_{\text{вых.ф.}}(W^k z^{1/N}) =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{H}(W^k z^{1/N}) \cdot S(W^k z^{1/N}). \quad (10)$$

Подобно тому, как это было сделано в (7), выражение (10) удобно представить в векторно-матричной форме. Для этого вводится $(N \times N)$ -матрица $\mathbf{H}_M(z)$ передаточных функций для M каналов (в z -области), основанная на ПФ и называемая также матрицей модулированных фильтров:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_M &= [\mathbf{H}(z), \mathbf{H}(Wz), \dots, \mathbf{H}(W^{N-1}z)] = \\ &= \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(Wz) & \dots & H_0(W^{N-1}z) \\ H_1(z) & H_1(Wz) & \dots & H_1(W^{N-1}z) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{M-1}(z) & H_{M-1}(Wz) & \dots & H_{M-1}(W^{N-1}z) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

При этом (с учетом (3) и (11)) выражение (10) приобретает компактную форму в виде соотношения (12):

$$\mathbf{S}_{\text{НФА}}(z) = \frac{1}{N} \cdot \mathbf{H}_M(z^{1/N}) \cdot \mathbf{S}_M(z^{1/N}). \quad (12)$$

Аналогичное представление сигнала на выходе НФА может быть получено через полифазное разложение сигнала, поступающего в систему СМР (т. е. через $\mathbf{S}_n(z)$). Для этого достаточно подставить в (12) величину $\mathbf{S}_m(z)$, которая получается с помощью обращения выражения (4). Это непосредственно дает соотношение (13)

$$\mathbf{S}_{\text{НФА}}(z) = \mathbf{H}_M(z^{1/N}) \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{S}_n(z^{1/N}), \quad (13)$$

где $\mathbf{F}^{-1}$ — матрица, обратная относительно матрицы $\mathbf{F}$ дискретного ПФ.

Представление сигнала на выходе НФА через полифазное разложение входного сигнала может быть также выражено в компактной форме после использования двух небольших преобразований. Эти преобразования включают следующее.

— Применение обозначения для полифазной матрицы передаточных функций M каналов системы СМР (определения, которое по форме аналогично (11)):

$$\mathbf{H}_n(z) = \frac{1}{N} \cdot \mathbf{H}_M(z) \cdot \mathbf{F}. \quad (14)$$

— Выражение обратной матрицы ПФ $\mathbf{F}^{-1}$ через прямую матрицу $\mathbf{F}$ и матрицу перестановок $\mathbf{J}^7$:

$$\mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{N} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{J}, \quad (15)$$

где матрица $\mathbf{J}$ имеет вид

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

С использованием (14) и (15) сигнал на выходе НФА выражается через полифазное представление входного сигнала соотношением (16):

$$\mathbf{S}_{\text{НФА}}(z) = \mathbf{H}_n(z^{1/N}) \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}_n(z^{1/N}). \quad (16)$$

⁷⁾ Матрица $\mathbf{J}$ изменяет номер i у каждой строки (или столбца) на номер $N-i$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$).

Конфигурация НФС с M каналами и коэффициентом интерполирования N рассматривается здесь сначала независимо от НФА (принимая в качестве входного сигнала просто вектор-сигнал $\mathbf{S}(z)$). После выполнения преобразований, связанных с получением общей формы передаточной характеристики НФС (как некоторой самостоятельной подсистемы), будет проанализирована система СМР в целом и виды ее структурных вариантов (в этом случае входным сигналом для НФС будет выходной M -вектор-сигнал с выходов НФА).

Выход НФС $\mathbf{S}_{\text{НФС}}(z)$ (как автономной подсистемы с входным M -вектором $\mathbf{S}(z)$ и с импульсной передаточной функцией в виде M -вектора $\mathbf{H}(z)$) определяется (в области z -преобразования) соотношением (17) (рис. 2, б):

$$\mathbf{S}_{\text{НФС}}(z) = [\mathbf{H}(z)]^T \cdot \mathbf{S}(z^N). \quad (17)$$

Так получено полное представление в z -области вида преобразований сигнала набором фильтров анализа и набором фильтров синтеза, которые входят как составные части системы согласованного многоканального разделения сигнала. Представление для НФА выражается соотношениями (10)–(12) через модулированное разложение входного сигнала и соотношениями (13)–(16) — через его полифазное разложение.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ СМР ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СУБПОЛОСНЫХ КОДЕРОВ И МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЯ

В модификациях структуры систем СМР восстановление сигнала может быть реализовано как на выходе НФС, так на выходе НФА. Первую модификацию, в которой за НФА следует НФС и объединение выходов НФС обеспечивает восстановление сигнала, относят к субполосным кодерам. Это является одним из наиболее широко используемых приложений таких СМР [1, 6]. Типовая конфигурация кодера показана на рис. 3, где блоками $C_0(z)$, $C_1(z)$, ..., $C_{M-1}(z)$ представлены фильтры-преобразователи, осуществляющие субполосное кодирование сигнала.

Промежуточные блоки $\{C_k\}_{k=0,1,\dots,M-1}$ могут выполнять различные формы скремблирования: частотную инверсию (ЧИ), ЧИ с тональным маскированием и с использованием ПФ. Одна из наиболее совершенных форм основана на применении вейвлет-преобразования (ВП) со скремблированием коэффициентов ВП и последующим применением преобразования Адамара [12].

Вторую модификацию системы СМР, в которой НФС предшествует НФА, относят к системам мультимплексирования — уплотнения канала связи

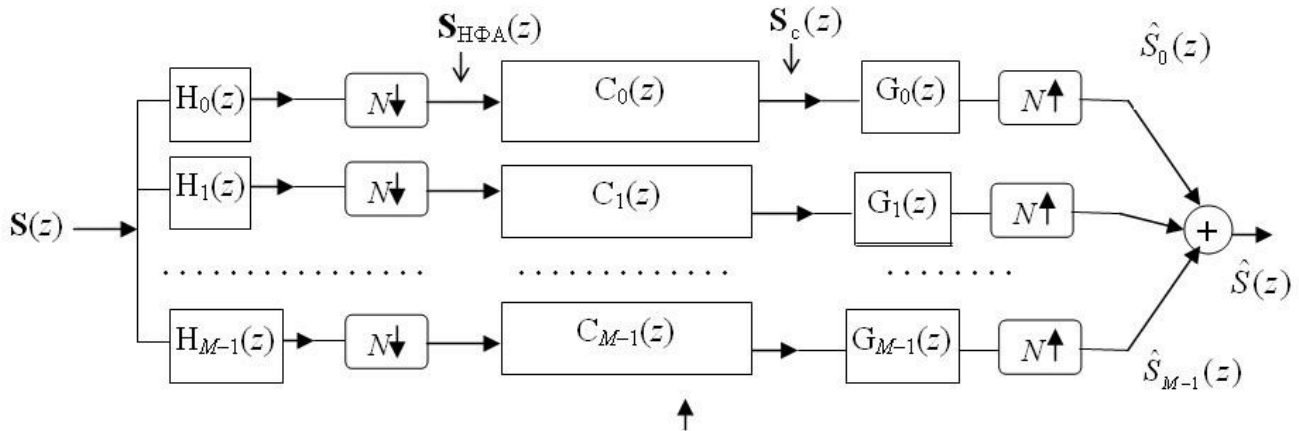


Рис. 3. Субполосный кодер с M каналами и коэффициентом прореживания N . Блоки C_k ($k = 0, 1, \dots, M-1$) — "фильтры-преобразователи" кодирования, например скремблирования; блоки G_k — набор фильтров синтеза

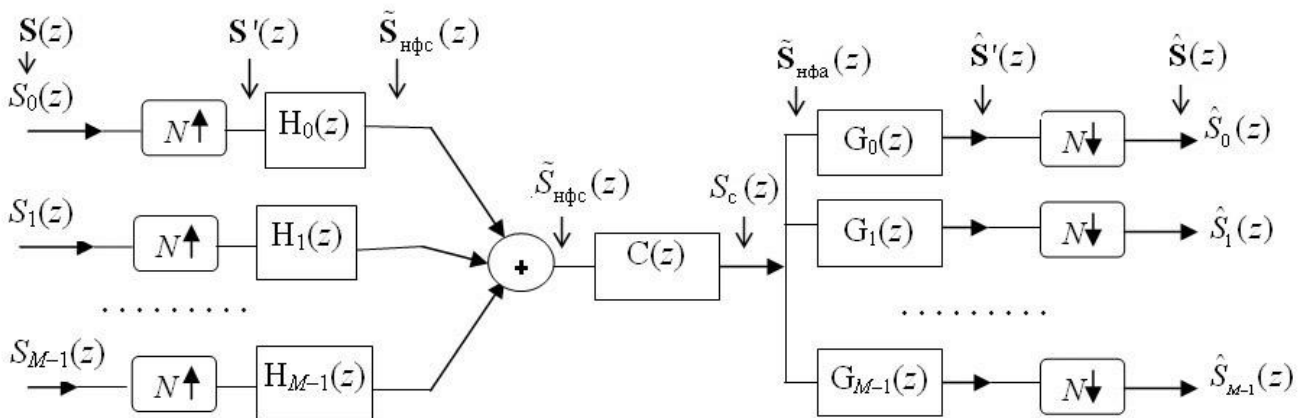


Рис. 4. Мультиплексирование M каналов с коэффициентом N повышения частоты (и таким же коэффициентом прореживания). Блок $C(z)$ осуществляет промежуточное преобразование

с временным или частотным разделением. Такая система состоит из двух основных функциональных блоков — собственно мультиплексора и демультиплексора. Мультиплексор, являющийся фактически НФС, объединяет (уплотняет) данные из M входных линий (повышая их ЭЧД при частотном разделении) и передает их по каналу связи высокой емкости. Демультиплексор (после возможного промежуточного преобразования, включая кодирование) принимает уплотненный поток данных, распределяет (разуплотняет) данные по информационным каналам и доставляет их на соответствующие выходные каналы (рис. 4). При этом частотное разделение осуществляется, когда частотная полоса канала значительно превосходит частотный диапазон сигналов, а временное — ко-

гда скорость передачи по каналу связи превосходит скорость поступления информации по каждому из M каналов.

ФОРМА ОПИСАНИЯ ДВУХ ОСНОВНЫХ СТРУКТУР СМР, ПОСТРОЕННЫХ НА ОСНОВЕ НФА И НФС

Выбор параметров и характеристик, соответствующих конкретным условиям применения систем СМР для субполосного кодирования или уплотнения канала связи (мультиплексирования) с временным или частотным разделением, может наиболее эффективно производиться на основе достаточно полного представления о формальном опи-

сании таких систем. В связи с этим мы проанализируем этапы преобразования сигналов в отдельных элементах структуры двух основных модификаций систем СМР.

Система СМР для субполосного кодирования

Как уже отмечалось, в системе субполосного кодирования НФА предшествует НФС. Выход НФА поступает в фильтры $C_i(z)$ — преобразователи кодирования (скремблеры) и затем поступает на НФС, выход которого является восстановленным (в едином канале) сигналом, несущим запланированную форму кодирования.

Поскольку выход НФА по (12) определяется соотношением $S_{\text{НФА}}(z) = \frac{1}{N} \mathbf{H}_M(z^{1/N}) \cdot \mathbf{S}_M(z^{1/N})$, то после преобразователей кодирования сигналы в каналах имеют вид:

$$\mathbf{C}(z) = \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{S}_{\text{НФА}} \quad (18)$$

Здесь $\mathbf{C}(z)$ — диагональная $(M \times M)$ -матрица передаточных функций набора фильтров-преобразователей субполосного кодера, которая в развернутом виде определяется выражением (19):

$$\mathbf{C}(z) = \begin{bmatrix} C_0(z) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_1(z) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & C_{M-1}(z) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Для описания НФС служит полученное выше соотношение (17). Использование в нем выражений (12) и (17) позволяет получить представление выходного сигнала $\hat{S}(z)$ системы субполосного кодирования в виде:

$$\hat{S}(z) = \frac{1}{N} [\mathbf{G}(z)]^T \cdot \mathbf{C}(z^N) \cdot \mathbf{H}_M(z) \cdot \mathbf{S}_M(z), \quad (20)$$

где $\mathbf{G}(z)$ — вектор набора фильтров синтеза.

Это соотношение может быть представлено также с полифазной формой $\mathbf{S}_M(z)$ разложения исходного сигнала. В этом случае использование (4) и (14) позволяет преобразовать (20) к соотношению (21):

$$\hat{S}(z) = \frac{1}{N} [\mathbf{G}(z)]^T \cdot \mathbf{C}(z^N) \cdot \mathbf{H}_n(z) \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}_n(z). \quad (21)$$

На основе выражений (20) и (21) можно установить основные свойства системы СМР для субполосного кодирования по схеме, представленной на рис. 3 (где фильтры-преобразователи кодирования

предполагаются независимыми от времени).

§ Сигнал на выходе субполосного кодера получается без межканальных частотных искажений (без так называемого эффекта элайзинга) при условии выполнения соотношения

$$[\mathbf{G}(z)]^T \cdot \mathbf{C}(z^N) \cdot \mathbf{H}_M(z) = \begin{bmatrix} F(z) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

где $F(z)$ — передаточная функция (в z -области) какого-либо фильтра-преобразователя.

§ Вполне корректное восстановление сигнала на выходе субполосного кодера обеспечивается также при выполнении условия, определяемого соотношением:

$$[\mathbf{G}(z)]^T \cdot \mathbf{C}(z^N) \cdot \mathbf{H}_M(z) = [z^{-1} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0], \quad (23)$$

где z^{-1} указывает на элементарную задержку (соответствующую интервалу используемой временной дискретизации).

Система СМР для уплотнения каналов (мультиплексирования)

В системе СМР с временным и частотным уплотнениями, конфигурация которой приведена на рис. 4, повышение ЭЧД описанным выше методом интерполирования производится для входного сигнала, а прореживание (поканально с коэффициентом N) осуществляется на выходе системы мультиплексирования. Канал представлен (линейным) фильтром-преобразователем $\mathbf{C}(z)$. Сигнал $\mathbf{S}_{\text{НФС}}(z)$, поступающий в канал, определяется выражением (17) (на рис. 4 он отмечен как $\mathbf{S}_{\text{НФС}}^k(z)$), а значение S_C сигнала на выходе из канала описывается выражением (24)⁸⁾:

$$S_C = \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{S}_{\text{НФС}}(z) = \mathbf{C}(z) \cdot [\mathbf{H}(z)]^T \cdot \mathbf{S}(z^N). \quad (24)$$

Поэтому с учетом (12) вектор-сигнал $\hat{S}$ на выходе уплотнителя канала определяется соотношением

$$\hat{S}(z^N) = \frac{1}{N} \mathbf{G} \cdot S_C(z), \quad (25)$$

где $S_C(z)$ по (24) равно выражению

⁸⁾ Для того чтобы в преобразованиях обозначения были проще, мы в формуле (24) заменяем z на z^N . Это означает, что принимаемая в рассмотрении частота — это измененная частота (за счет повышения ЭЧД на входе в НФС "интерполированием").

$$S_c(z) = C(z) \cdot [H(z)]^T \cdot S(z^N).$$

Объединение последнего выражения и (25) приводит вектор-сигнал $\hat{S}$ на выходе уплотнителя канала к виду

$$\hat{S}(z^N) = \frac{1}{N} G \cdot C(z) \cdot [H(z)]^T \cdot S(z^N). \quad (26)$$

ДРУГИЕ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ СМР

Общая концепция построения и использования систем СМР обеспечивает определенную степень структурной и функциональной гибкости. На основе этой концепции возможно построение различных систем СМР для решения ряда прикладных задач. Одной из таких задач является реализация вращаемого преобразования Фурье (ВПФ) [13]. Другая задача связана со снижением уровня шума для нестационарных сигналов, у которых информационная компонента может прерываться микропаузами, которые несут только фоновую составляющую общего зашумленного сигнала.

М-точечное ВПФ

Получение М-точечного ВПФ $\{s^a(m)_{m=0,1,2,\dots,M-1}\}$ от последовательности $\{s(n)\}_{n=0}^{M-1}$ отсчетов сигнала включает ряд этапов. Выражение $s^a(m)$ представляется с помощью ядра ВПФ. В векторно-матричной форме это представление имеет вид:

$$s^a = K_a s, \quad 0 \leq a < 2p,$$

где

$$s^a = (s^a(0), s^a(1), \dots, s^a(M-1))^T;$$

$$s = (s(0), s(1), \dots, s(M-1))^T.$$

Матрица ("ядро") дискретного α -ВПФ используется в так называемой полифазной форме, в которой ее элемент $[K_a]_{mn}$ выражается соотношением (27):

$$[K_a]_{mn} \equiv K_a(m, n) = a_0(a) \cdot d[(m-n)_M] +$$

$$+ a_2(a) \cdot d[(m+n)_M] + \frac{a_1(a)}{\sqrt{M}} \exp(-2p jmn/M) +$$

$$+ \frac{a_3(a)}{\sqrt{M}} \exp(2p jmn/M), \quad (27)$$

где

$$a_0(a) = 0.5(1 + e^{ja}) \cos a; \quad a_1(a) = 0.5(1 - e^{ja}) \sin a;$$

$$a_2(a) = 0.5(-1 + e^{ja}) \cos a;$$

$$a_3(a) = 0.5(-1 - e^{ja}) \sin a;$$

$d[(m-n)_M]$ и $d[(m+n)_M]$ — обычные символы Кронекера, их значение равно единице только при условии, что аргумент (в квадратных скобках) равен нулю по модулю M .

Для М-периодической последовательности $\{s(n)_M\}$ отсчетов сигнала оператором обращения времени служит $(W)^2$, где W — матрица оператора дискретного преобразования Фурье, которая имеет элементы

$$W_{nk} = (1/\sqrt{N}) \cdot \exp(-2p jnk/N), \quad 0 \leq k, n \leq N-1.$$

Поэтому оператор ВПФ (с параметром α) из (27) представляется в виде

$$K_a s = a_0(a) \cdot s(n) + a_2(a) \cdot s(-n) +$$

$$+ a_1(a) \cdot S(n) + a_3(a) \cdot S(-n), \quad (28)$$

и, следовательно, дискретная форма ВПФ $s(n)$ выражается в виде линейной комбинации величин $s(n)$, $s(-n)$ и соответствующих им ПФ сигнала — $S(n)$ и $S(-n)$. Таким образом, с использованием подходящей структуры (рис. 5) дискретное ВПФ с угловым параметром α (α -ДВПФ) может быть достаточно эффективно вычислено с применением известного метода быстрого преобразования Фурье (БПФ) [14].

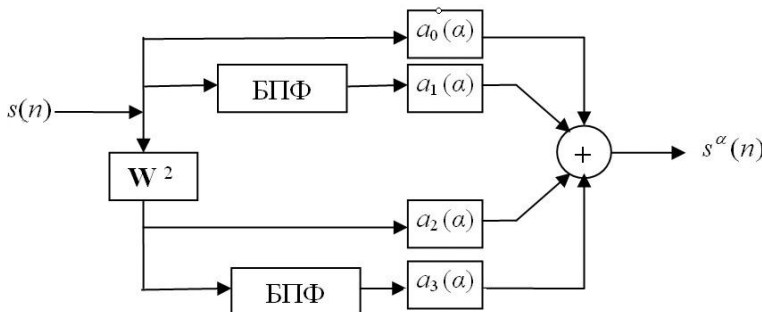


Рис. 5. Способ непосредственного получения дискретного вращаемого преобразования Фурье (α -ДВПФ) с использованием БПФ

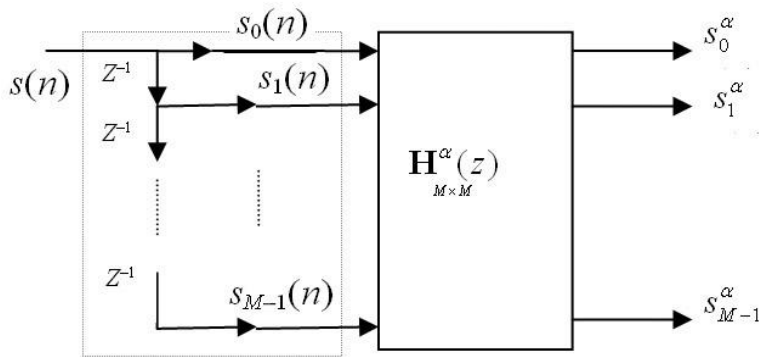


Рис. 6. Способ прямого выполнения дискретного вращаемого преобразования Фурье (α -ДВПФ) с элементами структуры СМР

Прямое выполнение ДВПФ на основе системы СМР может быть осуществлено и без использования БПФ. Для этого достаточно из M отсчетов $\{s(n)\}_{n=0}^{M-1}$ (на каждом периоде) периодического сигнала $s(t)$ с помощью элементов задержки (z^{-1}) создать параллельный поток (рис. 6). При этом отсчетам $s(n)$ исходного сигнала будет соответствовать M -вектор $(s_0(n), s_1(n), \dots, s_{M-1}(n))^T$, где $s_i(n) = s(n-i)$. Приведенная выше векторно-матричная форма α -ВПФ в развернутом представлении имеет вид $s_m^a(n) = \sum_{i=0}^{M-1} s_i(n) K_a(m, i)$.

С учетом наших обозначений и того, что $s_i(n) = s(n-i)$ является задержкой исходного сигнала на i единиц (дискретного времени), это выражение в области z -преобразования представляется в форме (29):

$$S_m^a(z) = \sum_{i=0}^{M-1} S_i(z) K_a(m, i) = \sum_{i=0}^{M-1} K_a(m, i) z^{-i} S(z). \quad (29)$$

Соотношению (29) можно придать более компактный вид

$$S_k^a(z) = H_k^a(z) S(z), \quad \text{где } H_k^a(z) = \sum_{i=0}^{M-1} K_a(m, i) \cdot z^{-i}, \quad (30)$$

который и используется в структуре системы СМР для прямого выполнения α -ДВПФ (рис. 6).

Из общих свойств оператора M -точечного дискретного ВПФ (с угловым параметром α) полезно отметить его периодичность по времени и по частоте: $K_a(n, k) = K_a(n + M, k) = K_a(n, k + M) = K_a(n + M, k + M)$. Так что α -ДВПФ периодического сигнала само является периодическим.

Снижение уровня шума нестационарного сигнала

Важной областью приложения систем СМР является использование неоднородной полифазной структуры для снижения уровня шума нестационарного сигнала, имеющего (случайно распределенные) микропаузы с отсутствием информационной компоненты. Метод, который оказывается эффективным в ситуации такого типа, целесообразно проанализировать на задаче улучшения речевого сигнала (РС) на основе так называемого спектрального вычитания [15]. РС является (практически) немоделируемым нестационарным сигналом со спорадически возникающими естественными микропаузами, и по этому свойству он подобен многим разновидностям сигналов в информационных системах (ИС) ⁹⁾, в которых источник возбуждения контролируемого сигнала не действует непрерывно, так что при этом возникают микроинтервалы, несущие только шумовую компоненту измерительного тракта ИС.

В методе спектрального вычитания из общего спектра зашумленного РС вычитается текущая оценка среднего спектра шума, причем процедура обычно выполняется в области ДПФ или вейвлет-преобразования. Более совершенная форма такого анализа РС может быть основана на системе СМР с однородными (по ширине) полосами или с логарифмически однородными полосами у НФА, которые лучше приспособлены к так называемой перцептуальной модели, отражающей особенности восприятия звуковой информации органами слуха человека.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы методы обработки сигналов на основе специальной структуры, называемой системой согласованного многоканального разделения (СМР).

⁹⁾ Понятие "информационная система" использовано для краткости и заменяет "информационно-измерительные и информационно-управляющие системы и комплексы".

§ СМР — это метод, обеспечивающий преобразование сигнала в группу (канально разделенных) сигналов существенно меньшей частоты. Полученные частотные компоненты могут использоваться при фильтрации, при кодировании речевого сигнала, для мультиплексирования и непосредственно в сетях коммуникации, где многоканальная передача снижает вероятность ошибок межсимвольной интерференции.

§ СМР включают набор фильтров анализа (НФА), набор фильтров синтеза (НФС) и, возможно, систему промежуточного преобразования — субполосного кодирования, скремблирования сигнала или изображения. Так что сигнал на выходе СМР может приобретать новые желательные свойства и при необходимости — может изменять свою частотную структуру.

§ Описание структуры СМР приведено в аналитической форме на основе ее представления в виде линейной периодической системы. Используются два вида представления сигнала в СМР: 1) в виде полифазного разложения сигнала в области z -преобразования; 2) в виде разложения сигнала в z -области с модулирующим множителем на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

§ Полифазное представление сигнала и его представление на основе ДПФ использованы для описания структуры СМР.

§ Систематизирован характер изменения выходного сигнала (в z -области) после применения операций прореживания сигнала (уменьшения эффективной частоты дискретизации), интерполирования и фильтрации.

§ Приведены структуры основных компонент СМР, их объединение в системы СМР различного вида и использование систем СМР для субполосного кодирования сигналов и изображений, скремблирования сигнала (с целью обеспечения скрытой передачи информации) и мультиплексирования.

В последнее время все структуры СМР находят применение:

— в области беспроводной связи: уплотнение канала с временным или частотным разделением доступа;

— как средство получения обобщенной модификации преобразования Фурье (так называемой дискретной формы вращаемого преобразования Фурье);

— для снижения уровня шума нестационарного сигнала, имеющего микропаузы с отсутствием информационно значимой составляющей¹⁰⁾.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Crochiere R.E., Webber S.A., Flanagan J.L. Digital Coding of Speech in Sub-Bands // Bell System Technology Journal. 1986. V. 55, N 8. P. 1069–1085.
2. Chu P.L. Quadrature Mirror Design for Arbitrary Number of Equal Bandwidth Channels // IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing. 1985. V. ASSP-33. P. 203–218.
3. Galland C., Nussbaumer H.J. New Quadrature Mirror Filter Structures // IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing. 1984. V. ASSP-32. P. 522–531.
4. Vetterli M., Herley C. Wavelets and Filter Banks // IEEE Transactions on Signal Processing. 1992. V. 40. P. 2207–2232.
5. Herley C. Tilings of the Time-Frequency Plane: Construction of Arbitrary Orthogonal Bases and Fast Tiling Algorithms // IEEE Transactions on Signal Processing. 1993. V. 41. P. 3341–3359.
6. Smith M.J.T., Eddins S.I. Analysis/Synthesis Techniques for Sub-Band Image Coding // IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing. 1990. V. 38. P. 1446–1456.
7. Arrowood J.L., Smith M.J.T. Exact Reconstruction Analysis/Synthesis Filter Banks with Time-Varying Filters // Proceedings of IEEE Intern. Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (Minneapolis, USA), April 1993. V. III. P. 233–236.
8. Vaidyanathan P.P. Theory and Design of Multichannel Maximally Decimated Quadrature Mirror Filters with Arbitrary M , Having the Perfect Reconstruction Property // IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing. 1987. V. 35, N 4. P. 476–492.
9. Vaidyanathan P.P. Orthonormal and Biorthogonal Filter Banks as Convolutional, and Convolutional Coding Gain // IEEE Transactions on Signal Processing. 1993. V. 41, N 6. P. 2110–2130.
10. Chen T., Vaidyanathan P.P. The Role of Integer Matrices in Multidimensional Multirate Systems // IEEE Transactions on Signal Processing. 1993. V. 41, N 3. P. 1035–1047.
11. Столлингс В. Беспроводные линии связи и сети. М.: Изд. дом "Вильямс", 2003. 637 с.
12. Меркушева А.В. Скремблер на основе преобразований вейвлет и Адамара // Проблемы информационной безопасности. 2000. № 1. С. 86–92.
13. Меркушева А.В. Аналитические формы обработки сигналов в ИИС на основе обобщенной модификации преобразования Фурье // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 4. С. 3–17.
14. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 847 с.

¹⁰⁾ В этом случае используются неоднородные полифазные системы СМР.

15. *Малыхина Г.Ф., Меркушева А.В.* Вейвлет-фильтрация речевого сигнала // 2-я МНТК "Информационные технологии в моделировании и управлении". СПб.: Изд. СПбГТУ, 2000. С. 244–247.

Санкт-Петербург

Материал поступил в редакцию 1.11.2007.

CONSISTENT MULTICHANNEL SIGNAL SEPARATION: FILTRATION AND MULTIPLEXING

A. V. Merkusheva, G. F. Malychina

Saint-Petersburg

Consistent multi-channel separation (CMS) is the method for signal transformation into a group of (on-channel separated) signals having essentially lower frequencies. Those frequency components can be used in filtering, speech signal coding, multiplexing, and directly in communication networks where multichannel transmission reduces the inter-symbol interference errors. Using the CMS-dual procedure, the components are coherently combined into a single signal. Due to certain transformations between the analysis (SMS itself) and synthesis (component integration) phases, the output signal can get new useful properties, for instance, if necessary, change its frequency structure.