

УДК 535.5.511: 531.7

© А. И. Семененко, И. А. Семененко

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ "НУЛЕВОЙ" ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ. ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР.

2. О РОЛИ УГЛОВ ПОЛНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ЭЛЛИПСОМЕТРИИ

Основной целью данной работы является установление различных типов угла полной поляризации (угла Брюстера) и изучение условий, в которых проявляются их идеальные свойства. Углы полной поляризации обуславливают особенности в зависимостях поляризационных углов Ψ и Δ от угла падения φ_0 светового пучка, что позволяет делать определенные выводы об общих свойствах не только однослойной, но и многослойных систем. Изучение экспериментальных зависимостей $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$ на основе полученных в работе теоретических результатов дает информацию, очень важную для решения обратной задачи эллипсометрии и др. задач.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Угол Брюстера — это хорошо и давно известное понятие [1]. Если эллиптически поляризованная плоская монохроматическая электромагнитная волна отражается под этим углом от прозрачной однородной среды с идеальной плоской поверхностью, то интенсивность р-составляющей волны обращается при этом в нуль. Остается только s-волна, т. е. при отражении под углом Брюстера произвольно поляризованная волна становится линейно поляризованной перпендикулярно плоскости падения. Таким же поляризованным будет отраженный свет и при падении под этим углом естественного света, поэтому угол Брюстера называется еще углом полной поляризации.

В эллипсометрии свойства угла Брюстера описываются на языке поляризационных углов Ψ и Δ , характеризующих способность отражающей среды изменять состояние поляризации падающей волны. Поведение углов Ψ и Δ в окрестности угла Брюстера хорошо известно (см., например, [2, 3]), и все-таки, имея в виду основную задачу данной работы, мы приведем краткий вывод этих известных результатов.

Поляризационные углы Ψ и Δ определяются основным уравнением эллипсометрии

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \frac{R_p}{R_s}, \quad (1)$$

где R_p и R_s — это комплексные амплитудные коэффициенты отражения Френеля для р- и s-волн.

Мы будем рассматривать не только идеальную подложку, однослойную и двухслойную системы, но также и многослойную среду. В самом общем случае, когда отражающая поверхность представляет собой совокупность N однородных плоскопараллельных слоев (рис. 1), где N — произвольное целое число, коэффициенты Френеля R_p и R_s легко записать, используя рекуррентные соотношения [4]

$$R_{p(s)} = \frac{K_{N,p(s)}}{L_{N,p(s)}}, \quad (2)$$

где

$$K_{N,p(s)} = [r_{N+1,N,p(s)} r_{N,N-1,p(s)} + \exp(-2i\delta_N)] A_{N-1,p(s)} + [r_{N+1,N,p(s)} + r_{N,N-1,p(s)} \exp(-2i\delta_N)] B_{N-1,p(s)}, \quad (3)$$

$$L_{N,p(s)} = [r_{N,N-1,p(s)} + r_{N+1,N,p(s)} \exp(-2i\delta_N)] A_{N-1,p(s)} + [1 + r_{N+1,N,p(s)} r_{N,N-1,p(s)} \exp(-2i\delta_N)] B_{N-1,p(s)}. \quad (4)$$

Величины $A_{N-1,p(s)}$ и $B_{N-1,p(s)}$ в формулах (3), (4) определены на подложке (0) и однородных слоях (1, 2, ..., $N-1$) и не зависят от параметров N -го слоя. При $N = 1$ они не связаны с однородными слоями и принимают значения

$$A_{0,p(s)} = 0, \quad B_{0,p(s)} = 1, \quad (5)$$

обеспечивающие переход уравнения (1) в уравнение для однослойной системы. При $N > 1$ данные величины удовлетворяют рекуррентным соотношениям

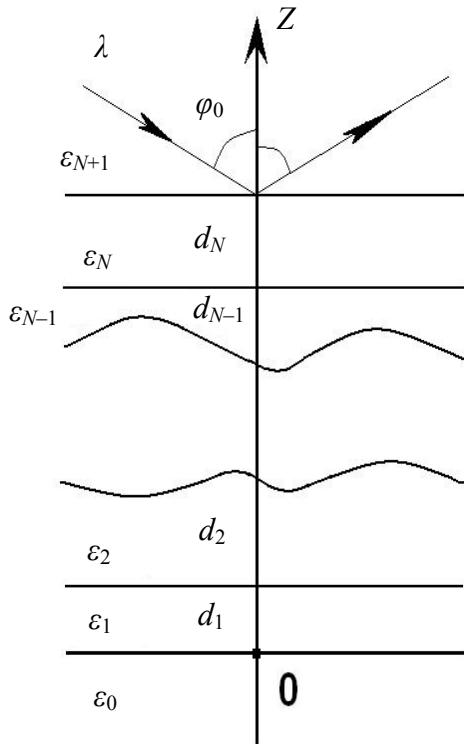


Рис. 1. Схематическое изображение N -слойной отражающей системы

$$A_{j,p(s)} = [A_{j-1,p(s)} + r_{j,j-1,p(s)} B_{j-1,p(s)}] \exp(-2i\delta_j),$$

$$B_{j,p(s)} = r_{j,j-1,p(s)} A_{j-1,p(s)} + B_{j-1,p(s)},$$

$$j = 1, 2, \dots, N-1.$$

Коэффициенты отражения Френеля и параметры δ_j , входящие в выражения (3), (4) и (6), определяются формулами

$$r_{j,j-1,s} = \frac{g_j - g_{j-1}}{g_j + g_{j-1}}, \quad r_{j,j-1,p} = \frac{g_j \varepsilon_{j-1} - g_{j-1} \varepsilon_j}{g_j \varepsilon_{j-1} + g_{j-1} \varepsilon_j},$$

$$j = 1, 2, \dots, N+1.$$

$$g_j = \sqrt{\varepsilon_j - \varepsilon_{N+1} \sin^2 \varphi_0}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N+1, \quad (8)$$

$$\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda} d_j g_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Основные параметры отражающей системы ε_j, d_j и светового пучка φ_0 и λ обозначены на рис. 1 (ε_j и d_j — диэлектрическая проницаемость и толщина j -го слоя ($j=1, 2, \dots, N$), ε_0 и ε_{N+1} —

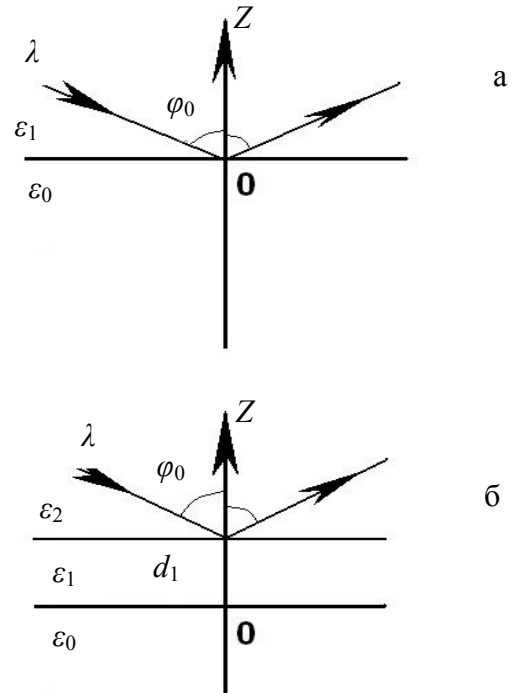


Рис. 2. Схематическое изображение простейших отражающих систем. а — однородная подложка с идеальной плоской границей; б — однослойная система

диэлектрические проницаемости подложки и внешней среды, φ_0 и λ — угол падения и длина волны света). Диэлектрическую проницаемость ε_j запишем через показатель преломления n_j и коэффициент поглощения κ_j :

$$\sqrt{\varepsilon_j} = n_j - i\kappa_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Рассмотрим простейшую отражающую систему, представляющую собой однородную подложку с идеальной плоской границей (рис. 2, а). В этом случае основное уравнение эллипсоидности имеет очевидный вид

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \frac{r_{1,0,p}}{r_{1,0,s}}, \quad (11)$$

где $r_{1,0,p}$ и $r_{1,0,s}$ даются формулами (7) и (8), в которых надо положить $j=1$.

Используя элементарные преобразования, представим основное уравнение (11) в виде

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \alpha_0 \frac{g_1^2 \varepsilon_0^2 - g_0^2 \varepsilon_1^2}{g_1^2 - g_0^2}, \quad (12)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{(g_1 + g_0)^2}{(g_1 \varepsilon_0 + g_0 \varepsilon_1)^2}. \quad (13)$$

Диэлектрическая проницаемость ε_1 внешней среды равна 1 ($\varepsilon_1 = 1$), в этом случае

$$g_0 = \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \varphi_0}, \quad g_1 = \cos \varphi_0, \quad (14)$$

и основное уравнение (12) запишется:

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \alpha_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_0 - \varepsilon_0}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_0}. \quad (15)$$

Будем считать идеальную подложку прозрачной ($\kappa_0 = 0$). В этом случае действительная величина α_0 ни при каком значении угла падения φ_0 в нуль не обращается и положительна ($\alpha_0 > 0$). Приравняв (15) нулю, получим выражение для угла Брюстера φ_{0b}

$$\operatorname{tg} \varphi_{0b} = \sqrt{\varepsilon_0} = n_0. \quad (16)$$

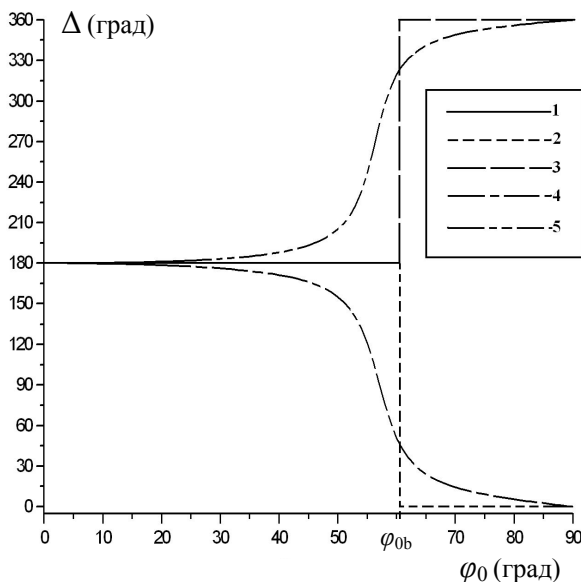


Рис. 3. Графическое представление зависимостей $\Delta(\varphi_0)$ в окрестности классического угла Брюстера φ_{0b} . Кривые 1 и 2 — идеальная нижняя ступенька на угле Брюстера ($d_1 = 0$); кривые 3 и 4 — идеальная верхняя ступенька ($d_1 = 0$); кривые 5 — размытые нижняя и верхняя ступеньки ($d_1 \neq 0$)

На угле Брюстера для поляризационного угла Ψ , очевидно, имеем

$$\Psi = 0, \quad (17)$$

а что касается полной зависимости угла Ψ от φ_0 , то она определяется формулой

$$\operatorname{tg} \Psi = \alpha_0 \frac{\operatorname{abs}(\operatorname{tg}^2 \varphi_0 - \operatorname{tg}^2 \varphi_{0b})}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_0}. \quad (18)$$

Определим теперь поведение поляризационного угла Δ . Величина $\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta)$, как видно из выражения (15), действительна, но имеет разные знаки по обе стороны от угла Брюстера φ_{0b} :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) < 0 & \quad \text{при} \quad \varphi_0 < \varphi_{0b}, \\ \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) > 0 & \quad \text{при} \quad \varphi_0 > \varphi_{0b}, \end{aligned} \quad (19)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta &= 180^\circ, & \text{если} \quad \varphi_0 < \varphi_{0b}, \\ \Delta &= 0 \text{ (или } 360^\circ), & \text{если} \quad \varphi_0 > \varphi_{0b}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, для поляризационных углов Ψ и Δ на угле Брюстера φ_{0b} в случае прозрачной однородной подложки (рис. 2, а) наблюдаются следующие известные особенности. Для кривой $\Delta(\varphi_0)$ угол Брюстера является точкой разрыва 2-го рода, в которой наблюдается скачок Δ от 180° до 0 или от 180° до 360° (см. (20)). Согласно выражениям (20), кривая $\Delta(\varphi_0)$ имеет вид ступеньки, причем в качестве такой ступеньки может быть выбрана как нижняя часть изображения (кривые 1 и 2) на рис. 3 со скачком Δ от 180° до 0 , так и верхняя (кривые 1 и 3) — со скачком Δ от 180° до 360° . Эти ступеньки будем называть прямыми, имея в виду, что кривая $\Delta(\varphi_0)$ перед спуском (или подъемом) на φ_{0b} и после спуска (или подъема) имеет вид горизонтальных (параллельных оси φ_0) прямых. Выбор вида прямой ступеньки зависит от того, как ведет себя поляризационный угол Δ при росте на подложке пленки. А вот для зависимости $\Psi(\varphi_0)$ особенность имеет вид острия, упирающегося на угле φ_{0b} в ось φ_0 (кривая 1 на рис. 4).

Угол Брюстера, или угол полной поляризации, обусловленный свойствами прозрачной однородной подложки, не является единственным углом этого рода. Имея в виду дальнейшее изложение, по-прежнему будем называть углом полной поляризации (углом Брюстера) такой угол падения, на котором поляризационный угол Ψ имеет вид нижнего ($\Psi=0$) или верхнего ($\Psi=90^\circ$) острия, а поляризационный угол Δ испытывает разрыв 2-го рода со скачком в 180° , однако ступенька в общем случае уже не должна быть прямой.

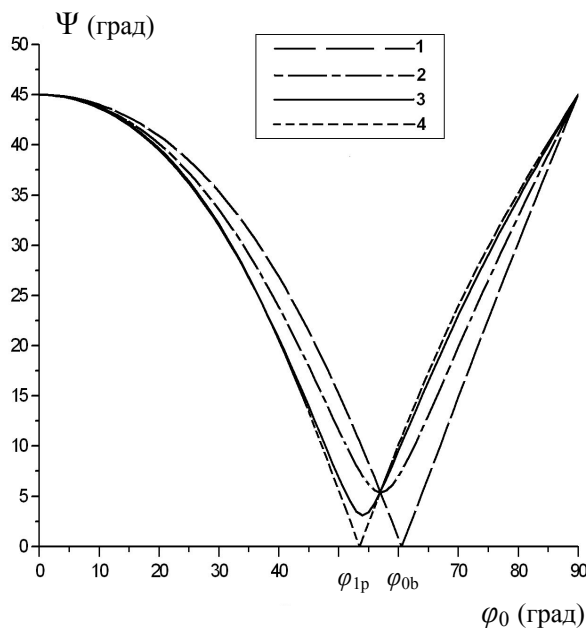


Рис. 4. Графическое представление зависимостей $\Psi(\varphi_0)$ для пленки 1-го типа. Кривая 1 — острие на классическом угле Брюстера φ_{0b} ($d_1 = 0$); кривые 2 и 3 — изменение острия (размытие и сдвиг) с увеличением толщины d_1 ; кривая 4 — острие на угле полной поляризации φ_{1p} ($d_1 \neq 0$)

Описанные выше особенности поляризационных углов Ψ и Δ в чистом виде никогда не проявляются. Как правило, острие для Ψ и ступенька для Δ оказываются размытыми и сдвинутыми от угла φ_{0b} . Причиной этого являются прежде всего нарушенные поверхностные слои. К такому же эффекту приводят пленки различной толщины на подложке, а также поглощение подложки. Но если поглощение подложки дает совершенно однозначную картину (размытая ступенька всегда является нижней), то действие пленки гораздо сложнее. Оно проявляется при любой толщине пленки, и характер этого действия таков, что можно делать определенные выводы об общих свойствах не только однослойной, но и многослойных систем. Такого рода принципиальные возможности очень важны, т. к. зависимости $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$ можно получать экспериментально. Изучение таких экспериментальных зависимостей на основе теоретических результатов может дать информацию, очень важную для решения обратной задачи эллипсометрии. Реальными являются и возможности другого рода, например связанные с изучением влияния внешних условий на различные материалы (через изменение их оптических свойств).

Основной целью данной работы является установление различных типов угла полной поляризации (угла Брюстера) и изучение условий, в которых проявляются их идеальные свойства. Такого рода задача непосредственно связана со свойствами как однослойных, так и многослойных систем. При этом мы совершенно не касаемся работ, связанных в какой-то степени с углом Брюстера. Задача решается в рамках эллипсометрии, что позволяет разработать наиболее общий подход к исследованию всей совокупности углов полной поляризации и выявлению обусловленных ими особенностей в поведении поляризационных углов $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$.

1. ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПРОЗРАЧНОЙ ПЛЕНКИ НА ХАРАКТЕР ЗАВИСИМОСТЕЙ

$\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$.

ВЫХОД ЗА ПРЕДЕЛЫ ПЕРИОДА ПО ТОЛЩИНЕ

Рассмотрим однослойную систему, изображенную на рис. 2, б. Основное уравнение эллипсометрии для нее хорошо известно и может быть легко получено из общих формул (1–9):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \\ = \frac{r_{21p} + r_{10p} \exp(-2i\delta_1)}{1 + r_{21p} r_{10p} \exp(-2i\delta_1)} \times \frac{1 + r_{21s} r_{10s} \exp(-2i\delta_1)}{r_{21s} + r_{10s} \exp(-2i\delta_1)}, \quad (21) \end{aligned}$$

где $r_{21p(s)}$ и $r_{10p(s)}$ даются формулами (7) и (8), в которых надо положить $j=1, 2$, а δ_1 — формулами (8) и (9) при $j=1$.^{*}

Проведем исследование основного уравнения (21), при этом в первую очередь рассмотрим случай, когда все среды прозрачны. Предполагая самый широкий диапазон изменения толщины d_1 прозрачной пленки, подробно остановимся на таком важном понятии, как периодичность поляризационных углов Ψ и Δ по толщине прозрачной пленки. Величина периода D_0 зависит от показателей преломления пленки (n_1) и внешней среды (n_2), а также от длины волны и угла падения светового пучка и определяется формулой

$$D_0 = \frac{\lambda}{2\sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \varphi_0}}, \quad (22)$$

в которой в дальнейшем нам особенно понадобится зависимость от угла падения φ_0 . Наличие указанной периодичности вытекает из формулы (21),

^{*} В этой и дальнейшей формульной нотации разделяющие запятые между индексами, там где они принимают конкретные числовые значения, (традиционно) опущены.

определяющей Ψ и Δ для однослойной модели. Зависимость Ψ и Δ от толщины d_1 определяется только через экспоненту, которая для случая прозрачной пленки запишется

$$\exp(-2i\delta_1) = \cos 2\delta_1 - i \sin 2\delta_1, \quad (23)$$

поэтому величина периода D_0 непосредственно следует из очевидного условия

$$2\delta_1 = 2\pi. \quad (24)$$

Рассмотрим набор углов падения $\varphi_0^{(i)}$, на каждом из которых данная толщина пленки d_1 равна целому числу соответствующих периодов:

$$d_1 = m_i D_0(\varphi_0^{(i)}), \quad i = 1, 2, \dots, I_0. \quad (25)$$

Очевидно, и сам набор $\varphi_0^{(i)}$, и целые числа m_i зависят от значения d_1 . Рассмотрим весь интервал углов падения $(0, 90^\circ)$, отметив в нем все точки $\varphi_0^{(i)}$, расположенные слева направо в соответствии с возрастанием индекса i . Будем учитывать, что период $D_0(\varphi_0)$ монотонно возрастает с увеличением φ_0 от 0 до 90° , а это означает, что в наборе целых чисел m_i идет их последовательное уменьшение по закону

$$m_i = m_1 - (i - 1), \quad i = 2, \dots, I_0. \quad (26)$$

Разобьем полный интервал углов падения на последовательность интервалов

$$(\varphi_0^{(i-1)}, \varphi_0^{(i)}), \quad i = 1, 2, \dots, I_0, I_0 + 1, \quad (27)$$

где

$$\varphi_0^{(0)} = 0, \quad \varphi_0^{(I_0+1)} = 90^\circ. \quad (28)$$

Для каждого из этих интервалов запишем d_1 в виде

$$d_1 = d_1^{(i)}(\varphi_0) + m_i D_0(\varphi_0), \quad i = 1, 2, \dots, I_0, I_0 + 1, \quad (29)$$

где

$$\varphi_0 \in (\varphi_0^{(i-1)}, \varphi_0^{(i)}), \quad (30)$$

$$m_{I_0+1} = m_{I_0} - 1 = m_1 - I_0, \quad (31)$$

$d_1^{(i)}$ — остаток полного значения d_1 , меньший величины периода $D_0(\varphi_0)$ и изменяющийся в пределах i -го интервала $(\varphi_0^{(i-1)}, \varphi_0^{(i)})$ (за исключением первого ($i=1$) и последнего ($i=I_0+1$) интервалов) от $D_0(\varphi_0^{(i-1)})$ до 0. В первом же интервале $d_1^{(1)}$ изменяется от любого в общем случае значения, меньшего $D_0(0)$, до 0, а в последнем — от $D_0(\varphi_0^{(I_0)})$ до любого значения, меньшего $D_0(90^\circ)$.

Результаты проведенного анализа важны для изучения поведения поляризационных углов Ψ и Δ при изменении толщины пленки d_1 в широких пределах.

А теперь, проводя численные расчеты с использованием основного уравнения (21) для однослойной системы, выясним, каким образом изменяется вид ступеньки для Δ и положение острия для Ψ с увеличением (от нуля) толщины прозрачной пленки. Для длины световой волны всюду будем выбирать значение

$$\lambda = 632.8 \text{ нм}. \quad (32)$$

Показатель преломления подложки возьмем примерно равным показателю преломления сапфира на этой длине волны

$$n_0 = 1.77. \quad (33)$$

Угол Брюстера для такой подложки составляет

$$\varphi_{0b} \approx 60.53^\circ. \quad (34)$$

Пленку будем рассматривать двух типов. Пленка 1-го типа оптически менее плотна по сравнению с подложкой ($n_1 < n_0$), а 2-го типа — оптически более плотна ($n_1 > n_0$). В соответствии с этим рассмотрим два значения показателя преломления пленки:

$$n_1 = 1.57; \quad n_1 = 1.97. \quad (35)$$

Результаты для пленки 1-го типа следующие. С увеличением толщины d_1 сразу же проявляется размытая нижняя ступенька для Δ , а это означает, что при $d_1 = 0$ пленке 1-го типа соответствует идеальная прямая нижняя ступенька. При дальнейшем увеличении толщины d_1 , когда d_1 еще не выходит за пределы ни одного из периодов $D_0(\varphi_0)$, нижняя ступенька постепенно переходит в размытую верхнюю. Такому переходу отвечает на определенной стадии максимальный сдвиг как ступеньки, так и острия для Ψ в сторону меньших относительно φ_{0b} углов падения φ_0 . Данный процесс в основных своих чертах изображен на рис. 3 и 4.

Путем несложных рассуждений можно понять, как ведет себя ступенька для Δ на каждом φ_0 в процессе выхода толщины пленки 1-го типа за пределы соответствующего периода $D_0(\varphi_0)$. Для поляризационного угла Ψ это не столь принципиально, поэтому, в основном, ограничимся рассмотрением ступеньки. Ясно, что здесь речь идет уже о поведении размытой верхней ступеньки, в которую каким-то образом перешла нижняя ступенька, начинающаяся при увеличении d_1 от 0. При этом верхняя ступенька, образовавшаяся в результате такого перехода, постепенно (с ростом d_1)

смещается в сторону основного угла Брюстера φ_{0b} .

Пусть толщина d_1 на некотором угле падения $\varphi_0^{(1)}$ равна периоду

$$d_1 = D_0(\varphi_0^{(1)}). \quad (36)$$

Понятно, что увеличение d_1 в соответствии с условием (36) сопровождается увеличением $\varphi_0^{(1)}$. Из периодичности поляризационных углов следует, что на данном угле $\varphi_0^{(1)}$ при выполнении условия (36) мы возвращаемся к значению Δ при $d_1 = 0$. Если $\varphi_0^{(1)}$ не превосходит угла Брюстера φ_{0b} , то

$$\Delta = 180^\circ \quad \text{при} \quad \varphi_0 = \varphi_0^{(1)} < \varphi_{0b}, \quad (37)$$

т.е. левая часть размытой верхней ступеньки (при закреплённом на нулевом угле падения на значении $\Delta = 180^\circ$ ее конце) как бы смещается вниз, пересекая при $\varphi_0 = \varphi_0^{(1)}$ левую часть прямой ступеньки (см. кривую 1 на рис. 5). Эта точка пересечения по мере увеличения d_1 в соответствии с условием (36) смещается в сторону угла Брюстера φ_{0b} . На угле Брюстера опять-таки в силу периодичности поляризационных углов приходим к следующим значениям для Δ :

$$\Delta(\varphi_{0b} - 0) = 180^\circ, \quad \Delta(\varphi_{0b} + 0) = 360^\circ. \quad (38)$$

В результате при

$$d_1 = D_0(\varphi_{0b}) \quad (39)$$

проявляется ступенька для Δ со скачком в 180° на угле Брюстера. Этот скачок не размыт, происходит от меньшего значения, поэтому можно сказать, что при толщине, определяемой условием (39), зависимость $\Delta(\varphi_0)$ имеет вид идеальной (не размытой) верхней ступеньки, но уже не прямой, а косой (кривая 2 на рис. 5).

При дальнейшем увеличении d_1 ($d_1 > D_0(\varphi_{0b})$), когда

$$\varphi_{0b} < \varphi_0^{(1)} < 90^\circ, \quad (40)$$

в силу условия (36) и периодичности поляризационных углов на угле $\varphi_0^{(1)}$ для Δ имеем скачок

$$\Delta(\varphi_0^{(1)} - 0) = 0, \quad \Delta(\varphi_0^{(1)} + 0) = 360^\circ. \quad (41)$$

Это означает, что кривая $\Delta(\varphi_0)$ разбивается на 2 ступеньки, одна из которых (левая) имеет вид размытой нижней ступеньки, а вторая является идеальной косой верхней ступенькой со скачком в 360° на угле $\varphi_0^{(1)}$ (кривая 3 на рис. 5). Вторая ступенька по мере приближения $\varphi_0^{(1)}$ к 90° сходится

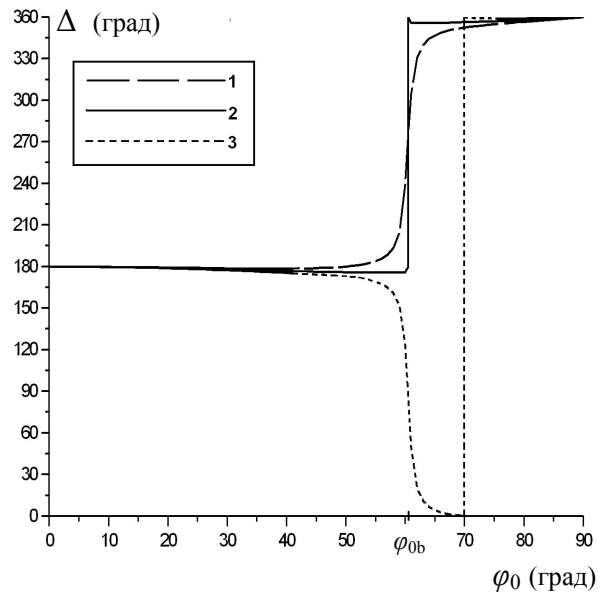


Рис. 5. Видоизменение ступеньки $\Delta(\varphi_0)$ в процессе перехода толщины пленки 1-го типа через первый период

на нет, т.е. при $d_1 = D_0(90^\circ)$ зависимость $\Delta(\varphi_0)$ определяется только размытой нижней ступенькой.

Отметим, что, рассматривая видоизменение ступеньки, мы использовали периодичность поляризационных углов не только на текущем угле $\varphi_0^{(1)}$, получая соотношения (37), (38) и (41), но на всех углах падения. При этом учитывалось, что слева от $\varphi_0^{(1)}$ ($\varphi_0 < \varphi_0^{(1)}$) толщина d_1 , определяемая условием (36), превосходит все периоды $D_0(\varphi_0)$ причем на величину, растущую при удалении от $\varphi_0^{(1)}$ влево и, очевидно, равную нулю на $\varphi_0^{(1)}$ (см. рассуждения, связанные с формулами (25–31)). В этом случае периодичность поляризационных углов дает переход к значениям Δ на начальной нижней ступеньке ($d_1 \geq 0$) для всех φ_0 слева от $\varphi_0^{(1)}$. Справа же от $\varphi_0^{(1)}$ ($\varphi_0 > \varphi_0^{(1)}$) толщина $d_1(\varphi_0^{(1)})$ остается меньшей периодов $D_0(\varphi_0)$, и степень отклонения от них увеличивается с приближением φ_0 к 90° (см. те же рассуждения). Здесь уже используется не периодичность поляризационных углов, а сохранение общего вида той части изменяющейся верхней ступеньки, которая расположена справа от $\varphi_0^{(1)}$.

Очень важным является следующее замечание. При дальнейшем увеличении d_1 , когда проходятся

уже 2 и более периодов, картина перехода через эти периоды становится все более сложной.

Относительно поляризационного угла Ψ достаточно сказать, что соответствующая особенность, имеющая место на угле Брюстера φ_{0b} при $d_1 = 0$, повторяется затем на этом угле для каждого d_1 , кратного периоду $D_0(\varphi_{0b})$. Понятно, что при таком повторении меняются "крылья" особенности. Подробнее о зависимостях $\Psi(\varphi_0)$, изображенных на рис. 4 и связанных с изменением d_1 , будет сказано ниже.

Для пленки 2-го типа результаты, можно сказать, имеют обратный характер. При $d_1 = 0$ такой пленке соответствует идеальная прямая верхняя ступенька, которая при возрастании d_1 размывается, а затем постепенно переходит в размытую нижнюю ступеньку. Такому переходу отвечает максимальный сдвиг как ступеньки, так и острия для Ψ в сторону больших (относительно φ_{0b}) φ_0 . Затем нижняя ступенька для Δ , постепенно сместившись к основному углу Брюстера φ_{0b} в процессе прохождения толщины d_1 через интервал значений $[D_0(0), D_0(90^\circ)]$, видоизменяется. При $d_1 = D_0(\varphi_0^{(1)})$, где $\varphi_0^{(1)} > \varphi_{0b}$, она разбивается на 2 части, одна из которых (левая) имеет вид размытой верхней ступеньки, а вторая является идеальной косой нижней ступенькой со скачком (вниз) в 360° . Вторая ступенька по мере приближения d_1 к $D_0(90^\circ)$ сходит на нет, т. е. при $d_1 = D_0(90^\circ)$ зависимость $\Delta(\varphi_0)$ определяется только размытой верхней ступенькой. На основе данного описания легко представить, как должны измениться рис. 3 и 5, а также 4, чтобы соответствовать пленке 2-го типа. Правда, ситуация с рис. 4 сложнее, т. к. пока не понятно существование второго острия, расположенного левее φ_{0b} для пленок 1-го типа и правее φ_{0b} для пленок 2-го типа.

Сделанное для пленок 1-го типа замечание, касающееся дальнейшего увеличения d_1 , остается, очевидно, справедливым и для пленок 2-го типа.

2. НОВЫЕ ТИПЫ УГЛОВ ПОЛНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ПРОЗРАЧНОЙ ОДНОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ

Мы выяснили, что при увеличении (от нуля) толщины пленки d_1 ступенька для Δ постепенно трансформируется от одного вида к другому (см. переход от размытой нижней ступеньки 4 к верхней ступеньке 5 на рис. 3 для пленок 1-го типа). Возникает вопрос, что происходит на промежуточной стадии. Из численных расчетов ясно, что переход происходит при значениях толщины, приближающихся на каждом угле падения к половине

соответствующего периода D_0 . Это становится понятным также, если учесть (для прозрачных сред) симметричность циклов номограммы в плоскости (Ψ, Δ) . Однако такого понимания явно недостаточно, чтобы описать детали данного перехода. Поэтому целесообразно рассмотреть основное уравнение (21) для случая, когда на каждом угле падения φ_0 выполняется условие

$$\delta_1 = \pi/2, \quad (42)$$

из которого следует, что толщина пленки равна половине периода, определенного на данном угле падения:

$$d_1 = \frac{1}{2} D_0(\varphi_0). \quad (43)$$

Учитывая, что при выполнении условий (42) и (43)

$$\exp(-2i\delta_1) = -1, \quad (44)$$

преобразуем основное уравнение (21), по-прежнему, рассматривая случай прозрачных сред. Используя элементарные преобразования, приведем его к виду

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \alpha_1 \frac{g_0^2 g_2^2 \varepsilon_1^4 - g_1^4 \varepsilon_0^2}{g_0^2 g_2^2 - g_1^4}, \quad (45)$$

где величина α_1 , как и α_0 в предыдущем случае, не обращается в нуль и положительна:

$$\alpha_1 = \frac{(g_0 g_2 + g_1^2)^2}{(g_0 g_2 \varepsilon_1^2 + g_1^2 \varepsilon_0)^2} > 0. \quad (46)$$

Диэлектрическая проницаемость внешней среды $\varepsilon_2 = 1$ (рис. 2, б), а в этом случае (см. формулу (8) при $j = 0, 1, 2$)

$$g_0 = \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \varphi_0}, \quad g_1 = \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \varphi_0}, \quad (47)$$

$$g_2 = \cos \varphi_0.$$

Используя формулы (47), запишем основное уравнение (45) в удобной форме:

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \alpha_1 \frac{a_1 \operatorname{tg}^4 \varphi_0 + b_1 \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + c_1}{a_2 \operatorname{tg}^4 \varphi_0 + b_2 \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + c_2}, \quad (48)$$

где

$$a_1 = \varepsilon_0^2 (\varepsilon_1 - 1)^2,$$

$$b_1 = 2\varepsilon_1 \varepsilon_0^2 (\varepsilon_1 - 1) - \varepsilon_1^4 (\varepsilon_0 - 1), \quad (49)$$

$$c_1 = -\varepsilon_0 \varepsilon_1^2 (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0);$$

$$\begin{aligned} a_2 &= (\varepsilon_1 - 1)^2, \\ b_2 &= 2\varepsilon_1(\varepsilon_1 - 1) - (\varepsilon_0 - 1), \\ c_2 &= (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0). \end{aligned} \quad (50)$$

Найдем корни квадратных (относительно $\operatorname{tg}^2 \varphi_0$) трехчленов в основном уравнении (48). Для квадратного трехчлена в числителе это будут следующие простые выражения:

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_{01} = \frac{-b_1 + \sqrt{D_1}}{2a_1}, \quad \operatorname{tg}^2 \varphi_{02} = \frac{-b_1 - \sqrt{D_1}}{2a_1}. \quad (51)$$

Для квадратного трехчлена в знаменателе дискриминант представляет собой полный квадрат, поэтому корни запишутся

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_1 = -1, \quad \operatorname{tg}^2 \varphi_2 = \frac{-(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0)}{(\varepsilon_1 - 1)^2}. \quad (52)$$

Данные квадратные трехчлены можно представить в виде произведения соответствующих множителей, содержащих корни, но это лучше сделать, рассматривая различные частные случаи.

2.1. Случай 1

$$(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) > 0, \quad (53)$$

или

$$\varepsilon_1^2 > \varepsilon_0, \quad n_1^2 > n_0. \quad (54)$$

При выполнении условия (53) величина

$$-4a_1c_1 > 0 \quad (55)$$

и, следовательно,

$$\sqrt{D_1} > b_1. \quad (56)$$

Тогда, как следует из общих выражений (51), из двух корней числителя основного уравнения (48) физический смысл имеет только корень

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_{01} > 0. \quad (57)$$

Корни (52) знаменателя отрицательны и физического смысла не имеют. Учитывая свойства всех 4-х корней, запишем основное уравнение (48) в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) &= \\ &= \alpha_1 \varepsilon_0^2 \frac{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0 - \operatorname{tg}^2 \varphi_{02})}{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0 + 1)(\operatorname{tg}^2 \varphi_0 - \operatorname{tg}^2 \varphi_2)} \times \\ &\times (\operatorname{tg}^2 \varphi_0 - \operatorname{tg}^2 \varphi_{01}). \end{aligned} \quad (58)$$

Исследуем это уравнение. Формула (51) для корня $\operatorname{tg}^2 \varphi_{01}$ дает угол φ_{01} , на котором толщина d_1 определена согласно формуле (43):

$$d_1 = \frac{1}{2} D_0(\varphi_{01}). \quad (59)$$

Как следует из (58), при $\varphi_0 = \varphi_{01}$

$$\Psi = 0, \quad (60)$$

а для Δ имеем:

при $\varphi_0 = \varphi_{01} - 0$

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) < 0, \quad \text{т.е.} \quad \Delta(\varphi_{01} - 0) = 180^\circ; \quad (61)$$

при $\varphi_0 = \varphi_{01} + 0$

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) > 0, \quad \text{т.е.} \quad \Delta(\varphi_{01} + 0) = 0(360^\circ), \quad (62)$$

т.е. поляризационный угол Δ на угле падения φ_{01} при толщине пленки, определяемой условием (59), испытывает скачок на величину 180° (вниз к 0 или вверх к 360°).

Чтобы узнать, как ведут себя Ψ и Δ на других углах падения ($\varphi_0 \neq \varphi_{01}$), надо воспользоваться общим основным уравнением (21), по-прежнему сохраняя условие (59) на d_1 . Выясняется, что зависимость $\Delta(\varphi_0)$ имеет вид идеальной (не размытой) косой ступеньки со скачком в 180° на $\varphi_0 = \varphi_{01}$. Какой является данная косая ступенька — нижней или верхней — зависит от типа пленки (1-го или 2-го типа) при соблюдении общего условия (53). А что касается поляризационного угла Ψ , то нетрудно понять, что на угле падения φ_{01} он имеет такую же особенность, как и на угле Брюстера φ_{0b} (острие упирается в ось φ_0 в точке φ_{01}).

Таким образом, согласно данному во вводной части настоящей работы общему определению угла полной поляризации (угла Брюстера), угол φ_{01} также является углом полной поляризации, который мы обозначим через φ_{1p} ,

$$\varphi_{1p} = \varphi_{01}. \quad (63)$$

Представляет интерес сравнение угла полной поляризации φ_{1p} и основного угла Брюстера φ_{0b} по величине. Для пленок 1-го типа

$$\varphi_{1p} < \varphi_{0b}, \quad (64)$$

а второго типа

$$\varphi_{1p} > \varphi_{0b}, \quad (65)$$

причем это различие может достигать значительных величин. Например, для рассмотренных выше однослойных систем с пленками 1-го и 2-го типа (см. (33) и (35)) имеем:

$$\begin{aligned} \text{для } n_1 = 1.57 \quad (n_0 = 1.77) &\rightarrow \varphi_{1p} \approx 53.51^\circ; \\ \text{для } n_1 = 1.97 \quad (n_0 = 1.77) &\rightarrow \varphi_{1p} \approx 65.26^\circ. \end{aligned} \quad (66)$$

Указанные значения φ_{1p} сильно отличаются от угла Брюстера $\varphi_{0b} \approx 60.53^\circ$ для подложки $n_0 = 1.77$.

Теперь можно проследить, имея в виду рассмотренный случай (53), за процессом перехода от одного вида ступеньки к другому при увеличении (от нуля) толщины пленки d_1 . Ограничимся рассмотрением того же случая пленки 1-го типа (35) на подложке (33). Условие (53) для этой однослойной системы выполняется. Переход происходит при прохождении d_1 через интервал значений

$$\left[\frac{1}{2}D_0(0), \frac{1}{2}D_0(90^\circ)\right]. \quad (67)$$

Для каждого значения d_1 из этого интервала выполняется условие (42) и обусловленное им условие (43), которое перепишем, введя текущее, отвечающее данному d_1 значение угла падения $\varphi_0 = \varphi_0^{(1)}$:

$$d_1 = \frac{1}{2}D_0(\varphi_0^{(1)}), \quad 0 \leq \varphi_0^{(1)} \leq 90^\circ. \quad (68)$$

Основное уравнение (58), отвечающее условию (68), запишем, заменив в нем φ_0 на $\varphi_0^{(1)}$ и φ_{01} на φ_{1p} :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \\ = \alpha_1 \varepsilon_0^2 \frac{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{02})}{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} + 1)(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_2)} \times \\ \times (\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{1p}), \end{aligned} \quad (69)$$

где дробная часть положительна. Уравнение (69) имеет смысл только для интервала (67) значений d_1 . Слева от этого интервала $\Delta(\varphi_0)$ имеет вид нижней ступеньки, а справа — верхней, причем обе ступеньки (нижняя непосредственно перед, а верхняя после интервала (67)) сдвинуты от основного угла Брюстера φ_{0b} в сторону угла полной поляризации φ_{1p} . Прохождение интервала (67) для d_1 , в соответствии с условием (68), очевидно, сопровождается увеличением $\varphi_0^{(1)}$. Если $\varphi_0^{(1)}$ не превосходит угла полной поляризации φ_{1p}

$$\varphi_0^{(1)} < \varphi_{1p}, \quad (70)$$

то, как следует из уравнения (69),

$$\Delta(\varphi_0^{(1)}) = 180^\circ. \quad (71)$$

Еще раз отметим, данный результат верен, только если при заданном, согласно (70), угле падения $\varphi_0^{(1)}$ толщина d_1 удовлетворяет условию (68). Оставляя неизменной эту толщину и рас-

считывая с помощью общего основного уравнения (21) остальные углы падения φ_0 , приходим к следующему естественному результату. Левая часть размытой нижней ступеньки при соблюдении условия (70), оставаясь закрепленной в точке ($\varphi_0 = 0$, $\Delta = 180^\circ$), смещается вверх, пересекая (при $\varphi_0 = \varphi_0^{(1)}$) прямую $\Delta = 180^\circ$ (линия 1 на рис. 6). Это уже означает — слева от точки пересечения переход к верхней ступеньке. Справа же от точки пересечения, в основном, сохраняется вид нижней ступеньки. Данная точка пересечения смещается от $\varphi_0 = 0$ до угла полной поляризации φ_{1p} , значительно меньшего основного угла Брюстера φ_{0b} (см. (34) и (66)).

Если же

$$d_1 = \frac{1}{2}D_0(\varphi_{1p}), \quad (72)$$

то мы приходим к идеальной косой нижней ступеньке на угле φ_{1p} (линия 2 на рис. 6). Такая возможность, основанная на формулах (68) и (69), описана выше (см. (58–63)).

Наконец, для толщин d_1 , определяемых формулой (68), в которой каждый угол падения $\varphi_0^{(1)}$ принадлежит интервалу

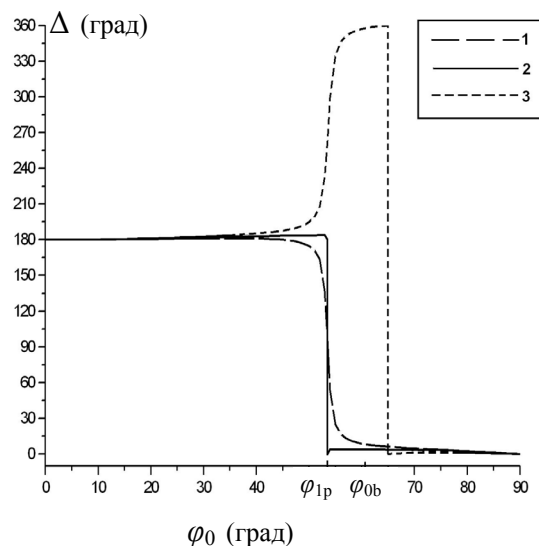


Рис. 6. Процесс перехода от нижней ступеньки $\Delta(\varphi_0)$ к верхней при прохождении промежуточного интервала по толщине пленки для первого случая $(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) > 0$

$$\varphi_{1p} < \varphi_0^{(1)} \leq 90^\circ, \quad (73)$$

основное уравнение (69) дает для Δ на $\varphi_0^{(1)}$ эквивалентные значения 0 и 360° , а общее основное уравнение (21) показывает, что на $\varphi_0^{(1)}$ имеется скачок в 360° :

$$\Delta(\varphi_0^{(1)} - 0) = 360^\circ, \quad \Delta(\varphi_0^{(1)} + 0) = 0, \quad (74)$$

причем слева от этого скачка зависимость $\Delta(\varphi_0)$ представляется размытой верхней ступенькой, а справа — как бы остатком правого крыла нижней ступеньки (линия 3 на рис. 6). Этот остаток при $\varphi_0^{(1)} \rightarrow 90^\circ$ сходится к нулю, т. е. при

$$d_1 = \frac{1}{2} D_0(90^\circ), \quad (75)$$

зависимость $\Delta(\varphi_0)$ определяется только размытой верхней ступенькой. При увеличении d_1 от значения (72) и затем через значение (75) верхняя ступенька (сначала частично проявившаяся) сдвигается к основному углу Брюстера φ_{0b} . Дальнейшее поведение $\Delta(\varphi_0)$, связанное с приближением d_1 к периодам $D_0(\varphi_0)$, описано выше.

Проследим теперь за изменением характера зависимости $\Psi(\varphi_0)$ для той же пленки 1-го типа, происходящем при увеличении (от нуля) d_1 . Соответствующая картина представлена на рис. 4, на котором линия 1 соответствует чистой подложке ($d_1 = 0$). С увеличением d_1 эта кривая постепенно приподнимается и смещается (влево) в сторону угла полной поляризации φ_{1p} , при этом острие становится размытым (кривая 2). Затем, еще до вхождения d_1 в интервал (67), минимум кривой, продолжая смещаться в сторону φ_{1p} , опускается (кривая 3) и, наконец, уже в пределах интервала (67), превращается в острое на кривой 4, упирающееся в ось φ_0 на угле полной поляризации φ_{1p} , что согласуется с общими результатами (см. формулы (58–63)). При дальнейшем увеличении d_1 , сопровождающемся выходом из интервала (67), процесс идет в обратной последовательности, и при $d_1 = D_0(\varphi_{0b})$ мы возвращаемся к острию на угле Брюстера φ_{0b} .

2.2. Случай 2

$$(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) < 0, \quad (76)$$

или

$$\varepsilon_1^2 < \varepsilon_0, \quad n_1^2 < n_0. \quad (77)$$

При выполнении условия (76)

$$-4a_1c_1 < 0, \quad (78)$$

и следовательно, если $D_1 > 0$, то

$$\sqrt{D_1} < \text{abs}(b_1). \quad (79)$$

Если при этом

$$b_1 > 0, \quad (80)$$

то корни (51) физического смысла не имеют, как и в случае отрицательного дискриминанта D_1 , который становится отрицательным при значениях ε_1 , обеспечивающих достаточную близость абсолютного значения величины b_1 к нулю. Величина b_1 , как видно из (49), отрицательна при $\varepsilon_1 = 1$ и положительна при $\varepsilon_1^2 = \varepsilon_0$, т. е. обязательно существует (при заданном ε_0) значение ε_1 , удовлетворяющее условию (76) и обращающее b_1 в нуль, а значит, существует интервал значений ε_1 , при которых $D_1 < 0$.

Под вопросом остается существование такого значения ε_1 , при котором

$$b_1 < 0 \quad \text{и} \quad D_1 = 0. \quad (81)$$

В этом случае выражения (51) дают кратный положительный корень

$$\text{tg}^2 \varphi_{01} = \text{tg}^2 \varphi_{02} = \frac{-b_1}{2a_1}. \quad (82)$$

Такую возможность можно выявить, используя численные расчеты величин b_1 и D_1 . Если же

$$b_1 < 0 \quad \text{и} \quad D_1 > 0, \quad (83)$$

то в силу (79) оба корня (51) положительны и различны. Эти корни, если исходить из общего определения угла полной поляризации (угла Брюстера), дают уже два дополнительных угла полной поляризации

$$\varphi_{1p} = \varphi_{01}, \quad \varphi_{2p} = \varphi_{02}. \quad (84)$$

Но при любом значении ε_1 , удовлетворяющем условию (76), существует положительный корень $\text{tg}^2 \varphi_2$ (см. (52)), дающий угол падения φ_{0s}

$$\varphi_{0s} = \varphi_2, \quad (85)$$

на котором также наблюдаются особенности как для Δ , так и для Ψ . Особенность для Δ на угле φ_{0s} имеет такой же характер, как и на основном угле Брюстера φ_{0b} , а вот особенность для Ψ оказывается перевернутой, т. е. острие в этом случае обращено вверх и упирается на φ_{0s} в значение $\Psi = 90^\circ$. Это означает, что на угле падения φ_{0s} в нуль об-

ращается интенсивность уже s-волны, т. е. угол падения φ_{0s} также является углом полной поляризации. Отраженный под этим углом свет, в том числе и естественный, становится линейно поляризованным, но уже в плоскости падения.

Если для второго случая, определяемого условием (76), имеют место все три угла полной поляризации

$$\varphi_{1p}, \quad \varphi_{2p} \quad \text{и} \quad \varphi_{0s}, \quad (86)$$

то процесс перехода от одного вида ступеньки для Δ к другому при увеличении d_1 можно изучить с помощью основного уравнения (58), записанного в виде (аналогично (69))

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = & \\ = & \frac{\alpha_1 \varepsilon_0^2}{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} + 1)} \times \\ \times & \frac{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{1p})(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{2p})}{(\operatorname{tg}^2 \varphi_0^{(1)} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{0s})} \end{aligned} \quad (87)$$

и отвечающего условию (68), а также общего основного уравнения (21). При этом надо иметь в виду, что в данном случае всегда $n_1 < n_0$ (в силу условия (77)), т. е. речь может идти только о пленках 1-го типа, поэтому переход совершается от нижней ступеньки к верхней. Переход здесь будет более сложным, хотя общая методика остается той же самой. Однако такая ситуация весьма экзотична, она реализуется при значениях ε_1 , близких к единице. Поэтому кратко остановимся на варианте, когда из трех углов (86) реализуется только угол полной поляризации φ_{0s} . В этом случае ступенька для Δ , в принципе, ведет себя так же, как и для рассмотренных выше пленок 1-го типа, удовлетворяющих условию (53). Стоит только остановиться на поведении поляризационного угла Ψ . Картина здесь гораздо сложнее изображенной на рис. 4.

Чтобы уйти от значений n_1 , близких к единице, рассмотрим подложку с показателем преломления

$$n_0 = 2.25. \quad (88)$$

Показатель преломления пленки возьмем равным

$$n_1 = 1.47, \quad (89)$$

что обеспечивает выполнение условия (77). Угол Брюстера φ_{0b} и угол полной поляризации φ_{0s} в этом случае принимают значения

$$\varphi_{0b} \approx 66.04^\circ; \quad \varphi_{0s} \approx 28.37^\circ. \quad (90)$$

При увеличении d_1 до значения $d_1 = \frac{1}{2} D_0(0)$ минимум для Ψ (нижнее острие при $d_1 = 0$ на $\varphi_0 = \varphi_{0b}$) постепенно смещается влево и поднимается вверх (на рис. 4 такой же процесс изображается кривой 2), при этом концы кривой $\Psi(\varphi_0)$ остаются закрепленными в точках $\Psi(0) = \Psi(90^\circ) = 45^\circ$. При увеличении d_1 от начальной точки интервала (67) в пределах этого интервала кривая (с закрепленными в указанных точках концами) начинает пересекать прямую $\Psi = 45^\circ$. Сначала это — точка пересечения, слева от которой кривая имеет обычный максимум, а справа остается минимум (кривая 1 на рис. 7). Постепенно максимум, смещаясь вправо, превращается (при сохранении минимума ниже прямой $\Psi = 45^\circ$) в верхнее острие ($\Psi = 90^\circ$) на $\varphi_0 = \varphi_{0s}$ (кривая 2). Затем кривая трансформируется так, что появляются две точки пересечения с прямой $\Psi = 45^\circ$, между которыми находится максимум, а слева и справа по одному минимуму (кривая 3). Наконец, в конце интервала (67) снова появляется одна точка пересечения, причем максимум находится уже справа, а минимум слева (кривая 4). После выхода из интервала (67) это будет уже кривая с одним минимумом, который, смещаясь и опускаясь, превращается, при $d_1 = D_0(\varphi_{0b})$ в нижнее острие на угле Брюстера φ_{0b} .

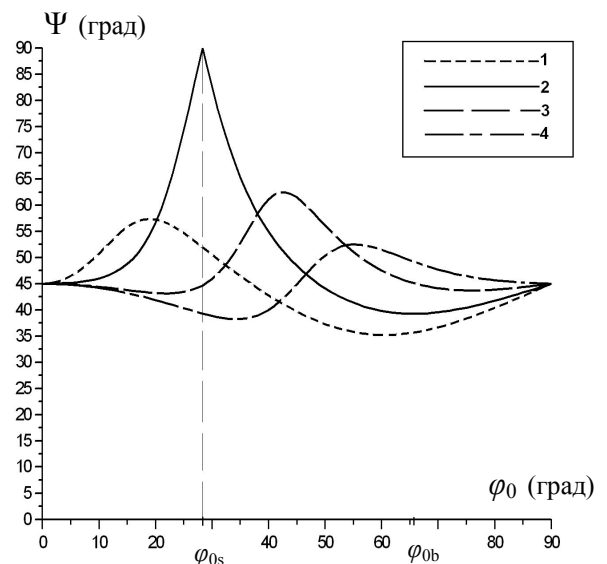


Рис. 7. Процесс изменения кривой $\Psi(\varphi_0)$ при прохождении промежуточного интервала по толщине пленки для второго случая ($\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0 < 0$)

2.3. Случай 3

Этот случай является разделительным между первым и вторым случаями (см. (53) и (76)):

$$(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) = 0, \quad \text{т.е.} \quad \varepsilon_1^2 = \varepsilon_0 \quad \text{или} \quad n_1^2 = n_0. \quad (91)$$

В этой ситуации

$$c_1 = 0, \quad b_1 = \varepsilon_1^4 (\varepsilon_1 - 1)^2, \quad (92)$$

и корни верхнего квадратного трехчлена в (48), определяемые выражениями (51), приобретают элементарный вид:

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_{01} = 0, \quad \operatorname{tg}^2 \varphi_{02} = -1. \quad (93)$$

Таковыми же значениями определяются в этом случае и корни нижнего квадратного трехчлена. С учетом этого основное уравнение (48) запишется:

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = \alpha_1 \varepsilon_0^2 = 1, \quad (94)$$

где учтено, что при выполнении условия (91)

$$\alpha_1 = 1/\varepsilon_0^2. \quad (95)$$

Используя ту же самую методику, кратко рассмотрим для третьего случая (91) переход от нижней ступеньки для Δ к верхней (в данном случае, как и в предыдущем, речь может идти только о пленках 1-го типа). Для той же подложки (88) показатель преломления пленки определится в соответствии с условием (91)

$$n_1 = 1.50. \quad (96)$$

Как и раньше, будем рассматривать интервал (67) для d_1 и условие (68) с углом падения $\varphi_0^{(1)}$. Правая часть основного уравнения (94) является положительной константой, поэтому для каждого d_1 , определяемого условием (68), поляризационный угол Δ на угле $\varphi_0^{(1)}$ имеет значение

$$\Delta(\varphi_0^{(1)}) = 0 \quad \text{или} \quad 360^\circ, \quad (97)$$

причем, этот результат не зависит от значения d_1 из интервала (67) и наблюдается при любом $\varphi_0^{(1)}$, отвечающем, согласно условию (68), данному значению d_1 . Этот результат надо уточнить, используя общее основное уравнение (21). При этом выясняется, что на каждом $\varphi_0^{(1)}$ (при прохождении d_1 через интервал (67)) наблюдается скачок Δ в 360° , определяемый выражением (74). Это означает, что верхняя ступенька для Δ начинает проявляться сразу же при $d_1 = \frac{1}{2} D_0(0)$ на нулевом угле падения $\varphi_0^{(1)} = 0$. При дальнейшем увеличении d_1 (от левого конца интервала (67)) разделительный скачок

в 360° смещается вправо от нулевого угла падения. Слева от этого скачка зависимость $\Delta(\varphi_0)$ представляется размытой верхней ступенькой (уже сдвинутой вправо), а справа — как бы остатком нижней ступеньки. Можно еще сказать, что данный разделительный скачок имеет вид очень острого двойного зубца: левый зубец — это подъем на верхнюю ступеньку (до значения 360°), а правый — подъем (от нуля) до остатка нижней ступеньки. Вся картина в целом совпадает с тем, что наблюдается для пленки 1-го типа, удовлетворяющей условию (53) (см. рассуждения, связанные с формулами (74) и (75)). Однако стоит подробнее остановиться на угле Ψ .

Из уравнения (94) следует, что для каждого d_1 , определяемого условием (68), поляризационный угол Ψ на угле $\varphi_0^{(1)}$ имеет значение

$$\Psi(\varphi_0^{(1)}) = 45^\circ. \quad (98)$$

Учитывая, что для изотропных сред всегда

$$\Psi(0) = \Psi(90^\circ) = 45^\circ, \quad (99)$$

и принимая во внимание (98), нетрудно представить поведение $\Psi(\varphi_0)$ при любом значении d_1 из интервала (67). Но нас интересует точное описание кривых $\Psi(\varphi_0)$ и не только для значений d_1 из интервала (67), поэтому воспользуемся общим основным уравнением (21). Проследим за изменением начальной кривой $\Psi(\varphi_0)$ с острием на угле Брюстера φ_{0b} (подобной кривой 1, изображенной на рис. 4). При изменении d_1 от 0 до начальной точки $d_1 = \frac{1}{2} D_0(0)$ интервала (67) минимум кривой (с закрепленными в соответствии с (99) концами), размываясь, приподнимается и смещается влево от угла Брюстера φ_{0b} (подобно переходу от кривой 1 к кривой 2 на рис. 4). Вид данной кривой сильно изменяется при вхождении d_1 в интервал (67). В этом случае на кривой появляется точка максимума, которая находится на прямой $\Psi = 45^\circ$ и перемещается вдоль этой прямой от $\varphi_0 = 0$ до $\varphi_0 = 90^\circ$. Слева и справа от точки максимума находятся точки минимума кривой (см. кривые 1, 2 и 3 рис. 8). После выхода d_1 из интервала (67) кривая приобретает прежний вид и возвращается в обратной последовательности к начальной кривой.

Рассматривая первый случай, определяемый условием (53), мы проследили за несложным изменением кривых $\Psi(\varphi_0)$ на примере пленки 1-го типа (см. (33) и (35)), очень далеко от граничного третьего случая. Сложный характер зависимостей $\Psi(\varphi_0)$ для второго и третьего случаев наводит на мысль, что и в первом случае, если рассматривать

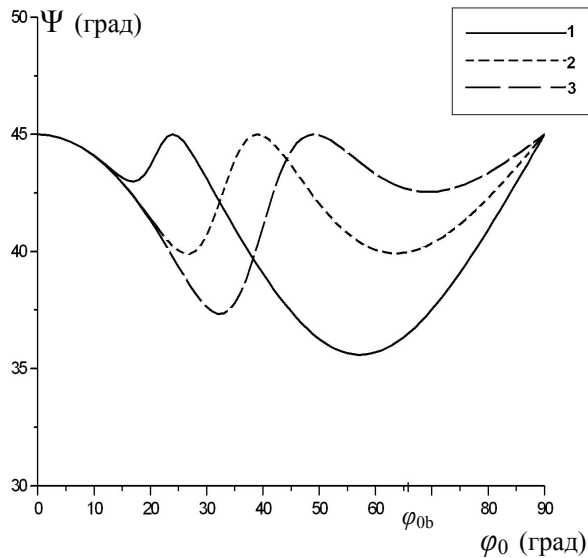


Рис. 8. Процесс изменения кривой $\Psi(\varphi_0)$ при прохождении промежуточного интервала по толщине пленки для третьего случая $(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) = 0$

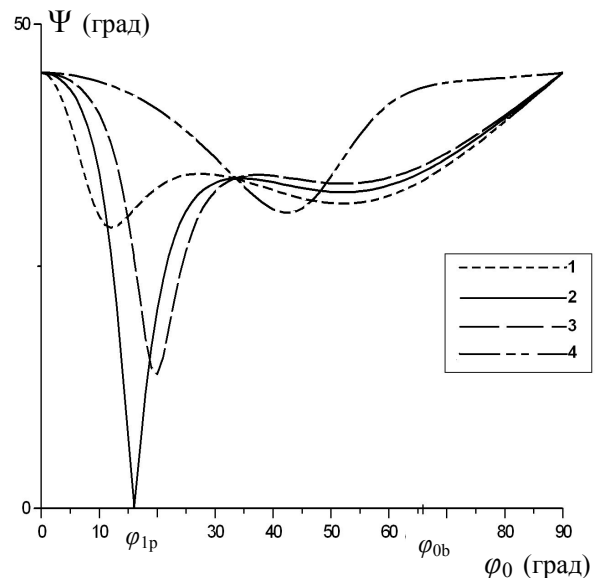


Рис. 9. Процесс изменения кривой $\Psi(\varphi_0)$ при прохождении промежуточного интервала по толщине пленки для первого случая $(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) < 0$, близкого к граничному третьему случаю $(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0) = 0$

пленки 1-го типа, для которых (при заданной подложке) неравенство $n_1^2 > n_0$ делается слабым, т. е. близким к равенству, что означает приближение к граничному третьему случаю, кривые $\Psi(\varphi_0)$ будут иметь более сложный характер, нежели изображенные на рис. 4. Проверим такую возможность, рассматривая подложку (88) и пленку с показателем преломления, близким к граничному значению (96). Если взять, например, пленку с $n_1 = 1.53$, то кривые $\Psi(\varphi_0)$, в общем, будут иметь такой же характер, как и на рис. 4. Ситуация резко изменится, если взять

$$n_1 = 1.51. \quad (100)$$

Для значений d_1 перед интервалом (67) кривые $\Psi(\varphi_0)$ по-прежнему будут иметь такой же вид, как и во всех рассмотренных выше примерах (см. кривые 1 и 2 на рис. 4). И только в пределах интервала (67) при увеличении d_1 от начальной точки $\frac{1}{2}D_0(0)$ у кривой $\Psi(\varphi_0)$ появятся уже два минимума с максимумом между ними (кривая 1 на рис. 9). При $d_1 = \frac{1}{2}D_0(\varphi_{1p})$ левый минимум перейдет в острое на угле полной поляризации

$\varphi_{1p} = 16.06^\circ$ (кривая 2). Затем острое, приподнимаясь и смещаясь вправо, превращается в обычный минимум, за которым по-прежнему следуют максимум и еще один минимум (кривая 3). Но еще в пределах интервала (67) при некотором значении d_1 снова появляется кривая с одним минимумом (кривая 4), которая постепенно трансформируется в кривую с нижним острием на угле Брюстера $\varphi_{0b} \approx 66.04^\circ$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. ПЕРСПЕКТИВЫ ПРОДОЛЖЕНИЯ РАБОТЫ

Выше, рассматривая изменение зависимостей $\Delta(\varphi_0)$ и $\Psi(\varphi_0)$ при прохождении толщины d_1 через периоды $D_0(\varphi_0)$, мы отметили, что картина заметно усложнится при толщинах, значительно превышающих величину одного периода. В этом случае полный интервал углов падения распадается на последовательность интервалов, в каждом из которых остаток полного значения толщины, меньший величины периода, изменяется в широких пределах (см. (27–31)). Все это и обуславливает значительное усложнение общей картины. Это

очень существенный момент, к которому мы вернемся в одной из следующих частей данной работы, посвященной исследованию относительно толстых пленок, толщины которых многократно превосходят величину периода.

Углы полной поляризации, с которыми связаны особенности в поведении поляризационных углов $\Psi(\varphi_0)$ и $\Delta(\varphi_0)$, реализуются не только на прозрачной однослойной системе. Они могут быть реализованы в их идеальном проявлении и на двухслойной и даже многослойной системах. Даже поглощение подложки и слоев не является препятствием для проявления углов полной поляризации. Известно, что в случае поглощающей подложки ступенька для Δ и острие для Ψ размываются, причем ступенька всегда является нижней. Нанеся на такую подложку слои как прозрачные, так и поглощающие, мы имеем возможность пройти через некоторую последовательность углов полной поляризации. В частности, нанеся на поглощающую подложку (даже сильно поглощающую) сверхтонкий слой с определенными свойствами (в том числе и поглощающий), мы можем восстановить идеальную ступеньку для Δ и острие для Ψ ($\Psi = 0$), но в этом случае значение угла

Брюстера φ_{0b} будет несколько отличаться от того значения, которое дается формулой (16). Это очень важная проблема, с которой связано решение многих вопросов. В других частях данного цикла мы вернемся к этой проблеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959. 532 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
3. Ржанов А.В., Свитаев К.К., Семененко А.И. и др. Основы эллипсометрии. Новосибирск: Наука, 1979. 422 с.
4. Семененко А.И. // Украинский физический журнал. 1983. Т. 28, № 10. С. 1453–1460.

*Институт прикладной физики НАН Украины
(г. Сумы)*

Материал поступил в редакцию 12.05.2005.

ON THE NEW POTENTIALS OF ELLIPSOMETRY ARISING FROM THE NULL OPTICAL CIRCUIT.

ELLIPSOMETRY OF REAL SURFACE STRUCTURES.

2. ON THE ROLE OF POLARIZATION ANGLES IN ELLIPSOMETRY

A. I. Semenenko, I. A. Semenenko

Institute of Applied Physics NAS, Ukraine, Sumy

The main purpose of the present work is to establish various types of polarization angles (Brewster angles) and investigate conditions at which they exhibit ideal properties. The polarization angles define the features of relationships between the polarization angles Ψ and Δ and the incidence angle φ_0 of the light beam, which allows one to draw certain conclusions on the general properties of both single- and multi-layered systems. Analysis of the experimental relationships $\Psi(\varphi_0)$ and $\Delta(\varphi_0)$ based on the theoretical results of this work gives very important information for solving the inverse problem of ellipsometry and other problems.