

ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК 621.391.266

© М. М. Нестеров, В. Н. Трифанов

**ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ ВОЛНОВОЙ ПРИРОДЫ.
ОБНАРУЖЕНИЕ СЛАБОГО СИГНАЛА**

Рассматриваются традиционные статистические и нетрадиционные когерентные методы обнаружения слабого сигнала на фоне высокого шума в их сравнении. Доказывается, что когерентные методы обнаружения более чувствительные по отношению сигнал/шум, чем статистические. Предлагаются технологии когерентной обработки сигналов с экспонированием, позволяющие повышать чувствительность обнаружения сигнала в реальных условиях на 20 децибел.

ПРОБЛЕМА ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Сигнал волновой природы несет в себе энергию, импульс и информацию состояния источника, который его излучил. Предположим, что основным носителем сигнала является фонон возбуждения, поток которых испускается источником и принимается приемником. Именно фонон сигнала волновой природы несет специфическую характеристику состояния источника в виде энергии, импульса и информации.

Однако фононы, испускаемые (излучаемые) источником в активном, либо пассивном (отражение) режимах, распространяясь по передающей среде, окружаются в потоке фононами возбуждения среды.

Приемник принимает как фононы сигнала от источника (цели), так и фононы возбуждения среды. Последние воспринимаются как шум, помеха, фон, среди которого, если он сильный, слабый сигнал полностью теряется.

Следует заметить, что фононы сигнала и возбужденной среды взаимодействуют между собой в едином потоке. В результате такого взаимодействия фонон сигнала меняет свои первоначальные характеристики и по энергии, и по импульсу, и по информации. Такая особенность взаимодействия характеризуется диссипацией или абберацией волнового фронта сигнала.

Немаловажным является аспект поляризации как фазовой, так и амплитудной фононов сигнала и возбужденной среды. Считается, что фононы возбужденной среды имеют случайную фазовую и амплитудную поляризацию и что поляризация фононов среды не зависит от поляризации фононов сигнала.

Принцип независимости является важнейшим в решении проблемы разделения сигнала и шума.

На практике принцип независимости выражается в отсутствии корреляции между фононами источника и возбужденной среды. Это довольно

сильное предположение, т.к. в действительности фононы сигнала и среды все-таки взаимодействуют. Вызвано это нелинейным характером взаимодействия.

Однако в линейном приближении принцип независимой суперпозиции фононов сигнала и возбужденной среды, или иначе принцип их интерференции, считается вполне правомерным и работающим.

Тем не менее при высоких плотностях энергии возбужденной среды принцип линейной суперпозиции нарушается. В таких условиях, при которых "прозрачность" среды зависит от энергии ее возбуждения, требуется разработка другой (нелинейной) теории взаимодействия фононов.

В дальнейшем будем считать возбужденное состояние среды низкоэнергетическим, при котором удовлетворительно работает принцип линейной суперпозиции фононов, принцип их линейной интерференции.

К проблеме разделения фононов сигнала возбужденной среды можно подойти с точки зрения чисто статистической или чисто когерентной.

В статистическом плане сигнал источника можно рассматривать как постоянное систематическое смещение совокупного сигнала, воспринимаемого приемником, а шум (сигнал) среды — как его случайная, независимая от сигнала источника составляющая.

При такой постановке сигнал источника и фона среды статистически ортогональны. Более того, проблема их ортогонализации становится проблемой технологии обработки сигнала. В частности, принцип самоорганизации в решении обратных задач алгебраическими методами, разработанный авторами в работе [3], позволяет успешно решать проблему ортогонализации сигнала и шума.

Итак, основным средством статистических технологий разделения сигнала и шума является их ортогонализация. В таких технологиях принцип независимости фазовой и амплитудной поляриза-

ций шума на выделенных несущих частотах является основополагающим.

Обратим внимание, что технологии ортогонализации, предложенные авторами в работах [2, 3], не требуют дополнительных знаний о законах распределения шума. Для их реализации достаточно только принцип независимости.

Это обстоятельство носит основополагающий характер, т.к. все возможные технологии оптимальной фильтрации, включая и технологии фильтров Калмана, требуют знания законов распределения шума. К сожалению, все эти технологии работают удовлетворительно только на белых шумах, гауссовских и пуассоновских шумах. При обработке шумов другой природы встречаются практически непреодолимые трудности.

Попутно заметим, что динамические фильтры Калмана, выраженные в виде стохастических дифференциальных уравнений, не оправдали надежд, на них возлагаемых, по двум причинам. Во-первых, они основаны на неопределенных матрицах ковариации шума внешней среды и флуктуации внутренней среды динамической системы Калмана. Во-вторых, они теряют устойчивость при обработке нестационарных сигналов.

Практически выше изложенные аргументы выводят на передний план проблему разделения сигнала и шума при неизвестных законах распределения шума. Оказывается эту проблему можно разрешить на основе только одного принципа, а именно принципа независимости фазовой и амплитудной поляризаций фононов возбужденной среды.

Когерентные методы обработки данных являются нестандартными, нетрадиционными и в некотором смысле конструктивными методами. Их основы изложены в работах авторов [1, 2]. В некотором смысле эти методы являются экзотическими, т.к. они работают не со всей совокупностью данных, а только с их экстремальными выбросами. Из общей теории функциональных систем известно, что множество экстремумов сигнала является множеством "меры нуль" по сравнению со всей совокупностью данных. Когерентные методы основаны на анализе "очень редких" экстремальных ситуаций. Именно в этом кроется основная причина их быстрого действия при условии конструктивного решения проблемы поиска, проявления, локализации и характеристики экстремумов сигнала, его минимумов и максимумов. Такие конструктивные методы изложены в работах авторов [1, 2].

Сигнал когерентных методов обработки сигнала сводится к обнаружению синфазных для максимумов и противофазных для минимумов поляризаций сигнала и шума. Еще раз подчеркнем, что это "очень редкие" события, составляющие множество "меры нуль" общей совокупности данных.

Совместный анализ синфазных и противофаз-

ных поляризаций сигнала и шума позволяет не только разделить сигнал и шум, но и в кумулятивных технологиях проявить слабый сигнал на фоне высокого шума и обнаружить его.

Этим самым решается фундаментальная проблема обнаружения слабого сигнала на фоне высокого шума без знания законов распределения шума. Именно эта проблема исследуется в данной статье.

Попутно заметим, что обнаруженный и проявленный сигнал, отфильтрованный от шума, несет в себе информацию о количестве движения фононов источника. На ее основе успешно решается проблема определения местоположения источника.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА

Входной сигнал приемника содержит в себе сигнал и шум передающей среды. Основная задача обнаружения сигнала сводится к его значимому проявлению на фоне шума. Статистические методы и технологии обнаружения сигнала сводятся к пороговому сравнению статистических сумм входного сигнала с соответствующими статистическими суммами фона передающей среды:

$$f_S(S_n) \geq m f_H(H), \quad S_n = S + H. \quad (1)$$

Здесь f_S, f_H — статистики входного сигнала и шума, S_n, S, H — входной сигнал, сигнал цели и фон передающей среды, m — порог обнаружения цели.

Как правило, принято считать, что цель значимо обнаружена, если статистика входного сигнала в 2 раза больше статистики шума:

$$f_S \geq 2 f_H, \quad m = 2. \quad (2)$$

Разрешающая способность обнаружения сигнала зависит от применяемых статистик и технологий их реализации. Рассмотрим наиболее характерные технологии.

В технологиях типа "сигнал—фильтр—детектор—сумматор" приемный сигнал фильтруется; результат, очищенный от постоянного фона, возводится в квадрат, а затем суммируется. Структура таких систем реализуется стандартными технологическими средствами.

Приемный сигнал после фильтрации

$$\tilde{S}_n = \tilde{S} + \tilde{H}, \quad (3)$$

где $\tilde{S}, \tilde{H}$ — сигнал и шум после фильтрации, становится сигналом с нулевым математическим ожиданием:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_n &= S_n - \langle S_n \rangle = \tilde{S} + \tilde{H}, \\ \langle \tilde{S}_n \rangle &= \langle \tilde{S} \rangle = \langle H \rangle = 0. \end{aligned}$$

Здесь и далее парный символ $\langle \rangle$ обозначает матожидание.

Рассматривается статистика

$$\sum \tilde{S}_n^2 = \sum (\tilde{S}^2 + \tilde{H}^2) = n(D_S + D_H) \geq mnD_n, \quad (4)$$

где n — количество слагаемых статистической суммы, D_S , D_H — дисперсии сигнала и шума.

Введем параметр уровня шума

$$X^2 = D_H / D_S.$$

Тогда критерий обнаружения целей (4) примет вид

$$X^2 \leq 1 / (m - 1).$$

Для традиционного порога ($m = 2$) имеем:

$$X^2 \leq 1.$$

Цель обнаруживается, если дисперсия шума не выше дисперсии цели.

Заметим, что в рассмотренной статистике первого порядка с квадратичным детектором разрешающая способность обнаружения цели по отношению к (шум/сигнал) не зависит от числа слагаемых в статистической сумме.

Сам же критерий обнаружения такой статистики мало чувствителен, но хорошо приспособлен к традиционным технологиям дисперсного анализа, для которых разрешающая способность наилучшая, если сравниваемые дисперсии сопоставимы.

Выполним анализ статистик второго порядка, технология которых реализуется по структурной схеме "сигнал—фильтр—детектор—фильтр—сумматор—детектор". Для такой статистики критерий порогового сравнения имеет вид

$$(\sum S_n^2 - \sum D_n)^2 \geq m(\sum \tilde{H}^2 - \sum D_n)^2.$$

Раскрывая суммы, находим:

$$n(\tilde{S}_n^4 - D_n^2) \geq mn(\tilde{H}^4 - D_H^2), \quad (5)$$

где $\tilde{S}_n^4$, $\tilde{H}^4$ — четвертые статистические центральные моменты сигнала и шума.

В статистике выражение вида

$$d_n = (\tilde{S}_n^4 - D_n^2) / D_n$$

называют эксцессом распределения.

Выразим четвертые моменты в выражении (5) через их эксцессы, получим:

$$2D_n^2 + d_n D_n \geq m(2D_H^2 + d_H D_H).$$

Эксцессы нормального закона распределения равны 0. Тогда для статистик такого типа находим:

$$D_n \geq \sqrt{m} D_H, \quad X^2 \leq 1 / (\sqrt{m} - 1).$$

Сравнивая статистики, приходим к выводу, что они не зависят от числа слагаемых в соответствующих статистических суммах. Их чувствительность к обнаружению сигнала зависит от порога сравнения m . При этом статистики второго порядка более чувствительны и позволяют обнаруживать сигнал при более высоком шуме.

Нечувствительность статистических критериев обнаружения к числу слагаемых в статсуммах крайне нежелательна. Дело в том, что количество слагаемых (n) определяет длительность наблюдения цели в одном измерении. Статистические импульсы идут с некоторым интервалом, который характеризует общее время наблюдения за целью в одном измерении:

$$T_n = n\tau.$$

Опыт показывает, что при увеличении времени наблюдения слабый сигнал должен лучше проявляться. Эта особенность хорошо используется в фотографии.

Традиционные статистические технологии обнаружения сигнала, выполненные по изложенным выше структурным схемам обработки данных, не реализуют такую возможность проявлений цели. Возникает потребность поиска других технологий, в которых время проявления цели, выраженное через число слагаемых в статистических суммах, будет влиять на их чувствительность.

Оставаясь в рамках статистических методов, обратим внимание, что детектирование может быть реализовано при независимых измерениях фона передающего пространства без сигнала и с сигналом.

Такие методы являются традиционными и часто реализуются в разных компенсационных технологиях измерения и статирования. Во всяком случае, в науке и технике они широко распространены.

С учетом сказанного, попытаемся в статистических суммах второго порядка на этапе детектирования фильтровать не всю дисперсию сигнала, а только дисперсию шума, измеренного компенсационным приемником. В этом случае пороговый критерий сравнения статистических сумм примет вид:

$$(\sum (\tilde{S}_n^2 - D_H))^2 \geq m(\sum (\tilde{H}^2 - D_n))^2.$$

После преобразования сумм получаем:

$$nD_S^2 + D_n^2 + d_n D_n \geq m(2D_H^2 + d_H D_H).$$

Нормальный закон распределения имеет нулевые эксцессы. Для этого случая находим:

$$X^2 \leq 1 / (m - 1) + \sqrt{1 + (n + 2)(m - 1) / 2} / (m - 1). \quad (6)$$

На практике часто отношения сигналов и их энергий измеряют в децибелах логарифмической шкалы. Выразим критерий чувствительности обнаружения в логарифмической шкале:

$$\hat{X}^2 = 10 \cdot \lg X^2 \text{ дБ}.$$

Исследуем возможности критерия (6) на простых примерах.

В случае ($m = 2$, $n = 1$) имеем:

$$X^2 = 1 + \sqrt{1 + 3/2} = 2.58, \quad \hat{X}^2 = 4.1 \text{ дБ}.$$

Уже при однократном наблюдении ($n = 1$) предложенная технология увеличивает разрешающую способность обнаружения на 4.1 децибела.

В другом случае, когда ($n = 100$), получаем:

$$X^2 = 1 + \sqrt{1 + (102)/2} = 8.22, \quad \hat{X}^2 = 9.14 \text{ дБ}.$$

Как видим "экспозиция" в статистических суммах в сто интервалов наблюдения увеличивает разрешающую способность обнаружения на 9.14 децибела.

КОГЕРЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА

Эти методы основаны на обработке данных по их максимумам и минимумам. Некоторые особенности таких технологий изложены в работах авторов [1, 2]. В этих технологиях рассматривается не вся статистическая совокупность данных, а только их чрезвычайно редкая выборка — множество экстремумов (максимумов и минимумов). Как установлено в функциональном анализе, это множество "меры ноль" в общей совокупности данных. Именно в этой особенности экстремумов кроется эффективность когерентных технологий.

Другая фундаментальная особенность когерентных методов кроется в физической сущности экстремумов.

Входной сигнал приемника содержит в себе сигнал S и шум H (1). В общем случае шум передающей среды по сравнению с фазой сигнала имеет разную и случайную фазовую поляризацию. В одних фазах он ортогонален сигналу. Именно в этих фазах статистические методы ортогонализации хорошо работают. Нетрудно убедиться, что таких фаз две на одном периоде поляризации шума. Измеряя сигнал в этих фазах (два измерения на один период), получаем достоверную статистику с минимальным числом измерений. В этом факте проявляется фундаментальная теорема Котельникова.

Но в других случаях шум коллинеарен сигналу, он находится либо в фазе с ним, либо в противофазе. Если поляризация шума синфазна, то совокупный сигнал максимален. Если поляризация

противофазна — совокупный сигнал минимален.

Отмеченная особенность поляризации шума хорошо проявляется при рассмотрении квадрата входного сигнала:

$$S_n^2 = (S + H)^2 = S^2 + H^2 + 2(S, H),$$

$$S_n^2 = S^2 + H^2 + 2SH \cos \Phi.$$

Здесь (S, H) — скалярное произведение векторов сигнала и шума в фазовом пространстве, Φ — их относительная поляризационная фаза, равная углу между векторами сигнала и шума.

Если $\Phi = \pm \pi/2$, $\cos \Phi = 0$, то сигнал и шум ортогональны. В случае другой пары полярных углов ($\Phi = 0, \pi$) $\cos \Phi = \pm 1$, сигнал и шум когерентны.

И снова имеем пару коллинеарных поляризационных фаз когерентных точек на одном периоде изменения сигнала, соответствующих его максимуму и минимуму. Следовательно, когерентные технологии идеально реализуют условия измерений по теореме Котельникова. Это технологии минимальной сложности обработки данных.

Коль скоро амплитуды сигнала и шума не нулевые, то в когерентных фазах с ними можно работать как с простыми числами, а не как с векторами в фазовом пространстве. Более того, их можно суммировать линейно.

Рассмотрим некоторые когерентные технологии обнаружения сигнала.

Простейшей из них является технология со структурной схемой "сигнал—сумматор":

$$\sum S_n \geq \sqrt{m} \sum H, \quad n(S + H) \geq n\sqrt{m}H.$$

Или

$$X^2 \leq 1/(\sqrt{m} - 1)^2.$$

При традиционном пороге ($m = 2$) имеем

$$X^2 = 7.4, \quad \hat{X}^2 = 10 \cdot \lg 7.4 = 8.7 \text{ дБ}.$$

Как видим, при сравнении с простейшей статистической технологией простейшая когерентная технология повышает разрешающую способность обнаружения сигнала на 8.7 децибел. Здесь работа идет с линейными суммами. К сожалению, экспозиция длительности наблюдения сигнала в этой технологии не проявляется.

Другая когерентная технология обнаружения работает с квадратичными суммами по структурной схеме "сигнал—детектор—сумматор":

$$\sum S_n^2 \geq m \sum H^2.$$

Или

$$n(S + H)^2 \geq n m H^2,$$

$$X^2 = 1/(\sqrt{m} - 1)^2.$$

Как видим, обе простейшие когерентные технологии дают одинаковый результат разрешающей способности обнаружения сигнала. Правда, этот вывод носит приближенный характер, т.к. при его реализации не учитывались флуктуации амплитуд сигнала и шума.

Рассмотрим более содержательную когерентную технологию, учитывающую флуктуацию амплитуд сигнала и шума при их независимом измерении, при котором приемник шума является компенсационным, обеспечивающим фоновое статирование измерений. Эта технология работает по структурной схеме "сигнал—фильтр—сумматор—детектор". Формула ее работы имеет вид:

$$\left(\sum S_n + \sum \tilde{S}_n - \sum H\right)^2 = m(\sum \tilde{H})^2, \\ <\tilde{S}_n> = <\tilde{S} + \tilde{H}> = <\tilde{S}> \pm <\tilde{H}> = 0.$$

Здесь S_n , S , H — данные приемника, сигнала и шума; $\tilde{S}_n$, $\tilde{S}$, $\tilde{H}$ — флуктуации их амплитуд с нулевым математическим ожиданием.

Раскрывая суммы, находим:

$$n^2 S^2 + n D_n \geq n m D_n \geq n m D_H.$$

Или

$$n S^2 + D_S \geq (m-1) D_H, \\ X^2 \leq (n + X_S^2)/(m-1), \quad X_S^2 = D_S / S^2.$$

Как видим, в этой технологии разрешающая способность обнаружения сигнала пропорциональна экспозиции n наблюдения за ним.

Рассмотрим на паре примеров возможности данной технологии. Для наглядности рассмотрим следующую ситуацию:

$$m = 2, \quad X_S^2 = 0.$$

Это ситуация со стандартным порогом обнаружения и постоянной амплитудой сигнала.

В случае однократной экспозиции ($n = 1$)

$$X^2 = 1.$$

И это разрешение равно соответствующему разрешению статистических технологий. Теперь рассмотрим случай стократной экспозиции ($n = 100$):

$$X^2 = n = 100, \quad X^2 = 10 \lg 100 = 20 \text{ дБ}.$$

Уже этот модельный пример показывает, насколько чувствительна и эффективна такая когерентная технология со статированием фона. Двадцать децибел в повышении разрешающей способности позволяет обнаружить сигнал, энергии

которого составляет всего один процент (1 %) от энергии шума, тогда как на принятом пороговом уровне она составляет 100 %.

Рассмотрим еще одну технологию когерентного обнаружения сигнала со статированием шума. В этой технологии фоновый шум статировается по структурной схеме "сигнал—фильтр—детектор—сумматор—детектор", а приемник работает по другой схеме "сигнал—детектор—фильтр—сумматор—детектор".

Для фона исходной является операция

$$(S + H) - (S - H) = 2H.$$

Для приемника исходная операция квадратична:

$$(S + H)^2 - (S - H)^2 = 4SH.$$

Когерентный обнаружитель, сконструированный на основе этих данных, имеет вид

$$\left(\sum SH\right)^2 \geq m \left(\sum (\tilde{H}_2 - D_n)\right)^2.$$

После раскрытия сумм, получаем:

$$n S^2 H^2 + S^2 D_H + H^2 D_S + D_S D_H \geq \\ \geq m(2 D_H^2 + d_H D_H).$$

Полагая эксцесс шума равным нулю ($d_n = 0$) и переходя к критериальной форме, находим:

$$n X_H^2 + X^2 + X_S^2 X_H^2 + X_S^2 X_H^2 \geq 2 m X^4, \quad (7)$$

где

$$X_H^2 = H^2 / S^2, \quad X^2 = D_H / S^2, \quad X_S^2 = D_S / S^2.$$

Полагая все критериальные параметры примерно одного порядка, что вполне допустимо при наличии неравенства, зависимость (7) можно преобразовать к виду:

$$X^2 \leq (n+1)/[2(m-1)]. \quad (8)$$

Рассмотрим два пробных режима работы когерентного обнаружителя (8). Для начала проверим стандартную ситуацию с порогом обнаружения ($m = 2$) и с однопозиционной экспозицией ($n = 1$):

$$X^2 = 1/(m-1) = 1.$$

В этом режиме когерентный обнаружитель работает так же, как и статистический с разностью первого порядка. Второй режим возьмем со стократной экспозицией ($n = 100$):

$$X^2 = 101/2 = 50.5; \quad \hat{X}^2 = 10 \cdot \lg 50.5 = 17 \text{ дБ}.$$

Рассмотренные технологии говорят о безуслов-

ном преимуществе когерентных обнаружителей по сравнению со статистическими.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нестеров М.М., Трифанов В.Н., Данилов В.Н. Нестандартный анализ данных с использованием самоорганизующихся технологий // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 1. С. 35–43.
2. Нестеров М.М., Трифанов В.Н. Когерентный анализ сигналов по ключу // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 2. С. 81–87.
3. Трифанов В.Н. Методические основы синтеза

динамических сетей. Алгебраическое равновесие и статистика. Л.: ЛИИАН, 1991. Препринт № 148. 62 с.

4. Нестеров М.М., Трифанов В.Н. Мезоморфные вычислительные среды // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 2. С. 20–34.

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации

Материал поступил в редакцию 06.02.2001.

WAVE SIGNAL PROCESSING. WEAK SIGNAL DETECTION

M. M. Nesterov, V. N. Trifanov

Saint-Petersburg Institute of Informatics and Automation

Comparison of the conventional statistic and new coherence methods for the weak signal detection in the case of high background is made. We have established that for low signal-to-noise ratios the coherence location methods are more sensitive than usual ones. New technologies of the coherence signal treatment actually raise the sensitivity of signal detection by more than 20 dB.