

УДК 535.5: 518.1

© В. В. Бобро, А. И. Семененко

КРИТЕРИИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПРИ РЕШЕНИИ НЕКОРРЕКТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ДЛЯ СВЕРХТОНКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛЕНОК

Проводится анализ некорректной обратной задачи эллипсометрии. Описаны проявления некорректности обратной задачи при исследовании сверхтонких поверхностных пленок. Особое внимание уделено критериям выбора оптимальной точки. Показано, что очевидный и часто используемый критерий, связанный с условием на функционал невязки $S_0 \leq \delta^2$, где δ — средняя ошибка в измерении поляризационных углов, для рассматриваемой модели в области некорректности практически не пригоден. В связи с этим предложены новые критерии выбора оптимальной точки. В результате получено устойчивое решение обратной задачи эллипсометрии, что позволяет успешно исследовать поверхностные пленки толщиной от 2 до 10 нм.

ВВЕДЕНИЕ

При использовании классического подхода к решению обратной задачи эллипсометрии для сверхтонких (2–10 нм) поверхностных пленок наблюдаются совершенно нереальные и даже абсурдные результаты. Это продемонстрировано в работе [1], в которой исследованы две группы кремниевых образцов со сверхтонкими пленками SiO_2 . Для интерпретации экспериментальных результатов был использован обычный подход к решению обратной задачи (конкретно, метод Бокса с пошаговой минимизацией [2]).

Выявленные в этой работе нереальные и даже абсурдные результаты как численного, так и физического экспериментов говорят о математической некорректности задачи по определению параметров сверхтонких поверхностных пленок. Эта некорректность обусловлена как экспериментальными ошибками в определении поляризационных углов Ψ и Δ , так и неправильным выбором модели образца, связанным в первую очередь с пренебрежением переходным слоем и неточным заданием оптических констант подложки. Роль экспериментальных ошибок в определении углов Ψ и Δ при расчете параметров сверхтонких поверхностных пленок исключительно велика. Ситуация не может измениться коренным образом, даже если в модели образца учесть переходный слой, а в число неизвестных параметров, определяемых через решение обратной задачи, ввести кроме параметров d и n пленки еще и параметры подложки и переходного слоя. Кроме того, ошибки в определении параметров подложки и переходного слоя при исследовании сверхтонких пленок действуют, как это следует из [1], подобно ошибкам в определении углов Ψ и Δ , что ведет к неустойчивости решения

обратной задачи относительно определяемых параметров.

Использование многоугловых измерений, когда число уравнений значительно превышает число неизвестных параметров, практически само по себе не приводит к уходу от некорректности. Здесь сказывается еще и фактор плохой обусловленности системы основных уравнений эллипсометрии, отвечающих набору углов падения светового пучка.

Однако классический подход к исследованию поверхностных структур, связанный с проведением многоугловых измерений, несмотря на его очевидные недостатки, может получить существенное развитие в связи с привлечением методов решения некорректных математических задач [3], к числу которых относится и обратная задача эллипсометрии для сверхтонких поверхностных пленок. Но и в случае, когда задача не является истинно некорректной, использование методов решения некорректных математических задач приводит к существенному улучшению результатов [3].

ВЫБОР МЕТОДА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ

Для решения обратной задачи эллипсометрии для сверхтонких поверхностных пленок мы использовали общую идеологию решения некорректных математических задач [3] и прежде всего основное положение теории регуляризации о существовании оптимальной точки. При этом мы ограничились поиском всего двух неизвестных параметров, а именно параметров прозрачной пленки d и n , считая, что неучтенный переходный слой и неточно заданная подложка являются ис-

точником теоретических ошибок в углах Ψ и Δ (в работе [1] они рассматриваются как аналог истинных экспериментальных ошибок).

Основные результаты, связанные с решением некорректной обратной задачи эллипсометрии для сверхтонких поверхностных пленок, приведены в работах [4–6]. Однако главная проблема, касающаяся характеристики и обоснования новых, наиболее рациональных с точки зрения эллипсометрии критериев выбора оптимальной точки, в этих работах практически не затронута. Для данной работы эта проблема является основной.

Используя методы решения некорректных математических задач (методы регуляризации), можно существенно расширить рамки устойчивых моделей. Регуляризирующий функционал S для некорректной задачи представляет собой сумму функционала невязки S_0 и стабилизирующего функционала R с неизвестным параметром α [3]

$$S = S_0 + \alpha R.$$

Функционал невязки S_0 определяется стандартным выражением

$$S_0 = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} S_0(i), \quad (1)$$

где

$$S_0(i) = \frac{1}{2} \left[\left(\Delta_i^{(t)} - \Delta_i^{(e)} \right)^2 + \left(\Psi_i^{(t)} - \Psi_i^{(e)} \right)^2 \right], \quad (2)$$

N_0 — число углов падения, по которым идет суммирование в формуле (1); $\Delta_i^{(t)}, \Psi_i^{(t)}$ и $\Delta_i^{(e)}, \Psi_i^{(e)}$ — теоретические и экспериментальные значения поляризационных углов для i -го угла падения.

Зависимость от неизвестных параметров определяется теоретическими значениями поляризационных углов Δ_i, Ψ_i .

Стабилизирующий функционал R представляет собой квадрат нормы вектора

$$R = |\mathbf{X} - \mathbf{X}_0|^2,$$

где $\mathbf{X}$ — точка из m -мерного пространства с координатами $X_1, X_2, \dots, X_m$, совпадающими с неизвестными параметрами; $\mathbf{X}_0$ — начальная точка.

Стабилизирующий функционал R за счет изменения параметра α позволяет постепенно приближаться к абсолютному минимуму функционала невязки S_0 ; при этом для каждого α из набора уменьшающихся значений находится своя точка, координатами которой являются неизвестные параметры. Существующие методы в принципе дают возможность оценить то значение α , которому от-

вечает наиболее близкая к реальной точка (оптимальная точка) [3].

Существенным моментом является то, что данная процедура минимизации функционала S_0 , как нетрудно показать, равнозначна пошаговой минимизации S_0 , осуществляемой обычными методами без привлечения регуляризирующей добавки R . Стабилизирующий функционал R важен на стадии доказательства существования оптимальной точки $\mathbf{X}_{\text{opt}}$. Однако на стадии практической реализации задача сводится к пошаговой минимизации функционала S_0 с остановкой на том шаге, которому отвечает оптимальная точка. Поэтому важнейшей проблемой при решении некорректных задач является выбор соответствующего критерия остановки [3]. Наиболее часто используется очевидный критерий

$$S_0 \leq \delta^2, \quad (3)$$

где δ — средняя ошибка в измерении Ψ и Δ .

Кроме описанного выше вариационного (по А.Н. Тихонову) подхода, существует еще и статистический подход, использующий методы математической статистики и реализованный для обратной задачи эллипсометрии. Оба подхода в конечном итоге сводятся к пошаговой минимизации функционала S_0 и при использовании критерия остановки (3) приводят к одинаковым результатам.

МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛИЗА И ОБОСНОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Рассмотрим простейшую модель отражающей системы подложка—сверхтонкая однородная прозрачная пленка с неизвестными параметрами d и n . Большой численный эксперимент и обработка данных реального эксперимента показали, что критерий остановки (3) для сверхтонких пленок (в области истинной некорректности) даже при использовании в одном функционале невязки S_0 данных многоугловых измерений, переопределяющих задачу, практически не пригоден. В связи с этим возникает необходимость обоснования и использования новых критериев остановки.

Будем использовать статистический подход, имея в виду основное положение теории регуляризации о существовании оптимальной точки. Для этого превратим задачу в многомерную (такой подход предложен в работах [4–6]). С этой целью рассмотрим достаточно большой набор углов падения, приписав каждому углу φ_{0i} из этого набора ($i = 1, 2, \dots, N_0$) пару (d_i, n_i) . Из-за экспериментальных ошибок эти пары, определенные при классическом подходе к решению обратной задачи

на соответствующем угле падения, заметно различаются между собой и совершенно нереальны. Теперь в выражении для функционала невязки S_0 (см. (1) и (2)) каждая пара теоретических значений поляризационных углов (Ψ_i, Δ_i) зависит от параметров (d_i, n_i) . Размерность m многомерного пространства, образованного неизвестными параметрами (d_i, n_i) , очевидно, составляет

$$m = 2N_0.$$

Выбранная модель наиболее удобна для анализа. Основное ее преимущество состоит в том, что абсолютный минимум функционала невязки равен нулю, что позволяет легко контролировать приближение к этому минимуму, избегая локальных ловушек путем подбора и совершенствования метода оптимизации.

Прежде всего введем необходимый для дальнейшего математический формализм. Вектор $\mathbf{X}$ удобно записать в виде

$$\mathbf{X} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_0}),$$

где

$$\mathbf{r}_i = (d_i, n_i).$$

Определим центр тяжести двумерных точек

$$\mathbf{r}_c = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \dots + \mathbf{r}_{N_0}}{N_0} = (d_{cp}, n_{cp}),$$

где d_{cp} и n_{cp} — средние значения d и n .

Введя соответствующий вектор $\mathbf{X}_c$

$$\mathbf{X}_c = (\mathbf{r}_c, \mathbf{r}_c, \dots, \mathbf{r}_c), \quad (4)$$

который назовем усредненным вектором $\mathbf{X}$, запишем суммарный среднеквадратичный разброс параметров d и n в точке $\mathbf{X}$

$$G = \frac{1}{\sqrt{N_0}} |\mathbf{X} - \mathbf{X}_c| = \frac{\sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_c)^2 + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_c)^2 + \dots + (\mathbf{r}_{N_0} - \mathbf{r}_c)^2}}{\sqrt{N_0}}.$$

Перемещение между двумя последовательными точками минимума $\mathbf{X}_{\min 1}$ и $\mathbf{X}_{\min 2}$ определяется вектором

$$\Delta \mathbf{X}_{\min} = \mathbf{X}_{\min 2} - \mathbf{X}_{\min 1} = (\Delta r_1, \Delta r_2, \dots, \Delta r_{N_0}),$$

а расстояние между этими точками задается формулой

$$\Delta L_{\min} = |\Delta \mathbf{X}_{\min}| = \sqrt{(\Delta r_1)^2 + (\Delta r_2)^2 + \dots + (\Delta r_{N_0})^2}. \quad (5)$$

Перемещение $\Delta \mathbf{X}_{\min}$ представим как векторную сумму двух составляющих

$$\Delta \mathbf{X}_{\min} = \Delta \mathbf{X}_{c \min} + \Delta \mathbf{X}_{p \min},$$

где

$$\Delta \mathbf{X}_{c \min} = \mathbf{X}_{c \min 2} - \mathbf{X}_{c \min 1} = (\Delta r_c, \Delta r_c, \dots, \Delta r_c),$$

$$\Delta \mathbf{X}_{p \min} = \mathbf{X}_{\min 2}^* - \mathbf{X}_{\min 1},$$

$$\mathbf{X}_{\min 2}^* = \mathbf{X}_{\min 2} - \Delta \mathbf{X}_{c \min},$$

$\Delta \mathbf{X}_{c \min}$ — перемещение между усредненными точками минимума, определяемое перемещением центра тяжести двумерных точек; $\mathbf{X}_{\min 2}^*$ — вектор, полученный из $\mathbf{X}_{\min 2}$ путем параллельного переноса на вектор $(-\Delta \mathbf{X}_{c \min})$ и имеющий тот же усредненный образ, что и вектор $\mathbf{X}_{\min 1}$ (векторам $\mathbf{X}_{\min 2}^*$ и $\mathbf{X}_{\min 1}$ отвечает один и тот же центр тяжести соответствующих им двумерных точек); $\Delta \mathbf{X}_{p \min}$ — перемещение между точками $\mathbf{X}_{\min 2}^*$ и $\mathbf{X}_{\min 1}$.

Векторным составляющим $\Delta \mathbf{X}_{c \min}$ и $\Delta \mathbf{X}_{p \min}$ общего перемещения $\Delta \mathbf{X}_{\min}$ отвечают следующие пути

$$\Delta L_{c \min} = |\Delta \mathbf{X}_{c \min}|, \quad \Delta L_{p \min} = |\Delta \mathbf{X}_{p \min}|. \quad (6)$$

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

На основе комплексного метода Бокса [2] для указанной модели разработана математическая программа, позволившая провести большой численный эксперимент, обработать экспериментальные данные и сделать важные выводы относительно выбранных критериев остановки. При этом существенно, что начальная точка

$$\mathbf{X}_0 = (\mathbf{r}_1^{(0)}, \mathbf{r}_2^{(0)}, \dots, \mathbf{r}_{N_0}^{(0)})$$

выбирается в области основных ограничений по d и n случайным образом.

Для реализации процедуры пошаговой минимизации функционала S_0 , проводимой без учета стабилизирующей добавки R , поиск минимума на первом этапе осуществляется в пределах сферы сравнительно небольшого радиуса с центром в начальной точке. Найденная точка промежуточного минимума $\mathbf{X}_{\min}$ затем становится центром

новой сферы и т.д. Радиус сферы в процессе приближения к точке абсолютного минимума регулируется. В пределах каждой сферы используется метод Бокса, причем точки комплекса Бокса задаются случайным образом, а их общее число определяется размерностью пространства и составляет

$$m_0 = 2m = 4N_0.$$

Численный эксперимент показал, что оптимальная точка действительно существует. У реальной (истинной) точки все d_i и все n_i ($i=1, 2, \dots, N_0$) одинаковы, т.е. среднеквадратичный разброс толщин и показателей преломления равен нулю. Оптимальная точка по всем координатам максимально приближается к реальной, что определяется минимальным среднеквадратичным разбросом d и n . В то же время точка абсолютного минимума по среднеквадратичному разбросу гораздо дальше отстоит от реальной. Различаются они и по средним значениям d и n . Оптимальная точка в этом смысле также же существенно ближе к реальной.

Таким образом, в качестве критерия остановки можно использовать минимальное значение среднеквадратичного разброса d и n . При этом в качестве параметров пленки необходимо выбирать средние значения d и n в оптимальной точке $\mathbf{X}_{\text{opt}}$.

Поскольку перемещение точек $\mathbf{X}_i$ ($i=1, 2, \dots, m_0$) комплекса Бокса в пределах каждой сферы определяется значениями полного функционала невязки S_0 в этих точках, а сами точки задаются случайным образом, то достижение промежуточного минимума $\mathbf{X}_{\min}$, связанное с уменьшением S_0 , совсем не означает, что уменьшаются все слагаемые $S_{0i}(\mathbf{r}_i)$ полного функционала (см. (1) и (2)). Часть слагаемых уменьшаются, а остальные увеличивают свои значения. При этом двумерные точки $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_0}$, образующие вектор $\mathbf{X}_{\min}$ и имеющие в общем направленное к точке абсолютного минимума движение, ведут себя относительно своего центра тяжести $\mathbf{r}_c$ в процессе перемещения точки минимума вдоль траектории спуска хаотичным образом.

Вблизи оптимальной точки $\mathbf{X}_{\text{opt}}$ поведение двумерных векторов становится особым. Здесь напрашивается предположение, что в оптимальной ситуации центр тяжести $\mathbf{r}_c$ замедляет свое перемещение, т.е. существенно уменьшается $\Delta L_{c \min}$. При этом характер поведения двумерных точек относительно их центра тяжести становится в какой-то степени более упорядоченным. Они как бы вращаются относительно центра $\mathbf{r}_c$, практически не изменяя среднеквадратичный разброс $G_{\min}$ и функционал S_0 . В связи с этим целесообразно рассмотреть критерии остановки, связанные с произ-

водными от S_0 и G по перемещению вдоль траектории спуска.

Если определить приращения величин $S_{0 \min}$ и $G_{\min}$

$$\Delta S_{0 \min} = S_{0 \min 2} - S_{0 \min 1},$$

$$\Delta G_{\min} = G_{\min 2} - G_{\min 1},$$

где $S_{0 \min 1}, G_{\min 1}$ и $S_{0 \min 2}, G_{\min 2}$ — значения S_0 и G в точках промежуточного минимума $\mathbf{X}_{\min 1}$ и $\mathbf{X}_{\min 2}$, то значения соответствующих производных в точке минимума запишутся:

$$\frac{\partial S_{0 \min}}{\partial L_{\min}} \approx \frac{\Delta S_{0 \min}}{\Delta L_{\min}}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial G_{\min}}{\partial L_{\min}} \approx \frac{\Delta G_{\min}}{\Delta L_{\min}}, \quad (8)$$

где $\Delta L_{\min}$ определяется формулой (5).

Целесообразно также ввести производные по каждой из составляющих общего перемещения:

$$\frac{\partial S_{0 \min}}{\partial L_{c \min}} \approx \frac{\Delta S_{0c \min}}{\Delta L_{c \min}}, \quad \frac{\partial S_{0 \min}}{\partial L_{p \min}} \approx \frac{\Delta S_{0p \min}}{\Delta L_{p \min}}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial G_{\min}}{\partial L_{c \min}} \approx \frac{\Delta G_{\min}}{\Delta L_{c \min}}, \quad \frac{\partial G_{\min}}{\partial L_{p \min}} \approx \frac{\Delta G_{\min}}{\Delta L_{p \min}}, \quad (10)$$

где

$$\Delta S_{0c \min} = S_{0 \min 1}^* - S_{0 \min 1},$$

$$\Delta S_{0p \min} = S_{0 \min 2}^* - S_{0 \min 1},$$

$S_{0 \min 1}^*$ — значение S_0 в точке $\mathbf{X}_{\min 1}^*$;

$S_{0 \min 2}^*$ — значение S_0 в точке $\mathbf{X}_{\min 2}^*$.

$\mathbf{X}_{\min 1}^*$ — вектор, полученный из $\mathbf{X}_{\min 1}$ путем параллельного переноса на вектор $\Delta \mathbf{X}_{c \min}$

$$\mathbf{X}_{\min 1}^* = \mathbf{X}_{\min 1} + \Delta \mathbf{X}_{c \min},$$

$$\Delta \mathbf{X}_{p \min} = \mathbf{X}_{\min 2}^* - \mathbf{X}_{\min 1},$$

имеющий тот же усредненный образ, что и вектор $\mathbf{X}_{\min 2}$ (векторам $\mathbf{X}_{\min 1}^*$ и $\mathbf{X}_{\min 2}$ отвечает один и тот же центр тяжести соответствующих им двумерных точек); $\Delta L_{c \min}$ и $\Delta L_{p \min}$ — пути, отвечающие векторным составляющим $\Delta \mathbf{X}_{c \min}$ и $\Delta \mathbf{X}_{p \min}$ общего перемещения $\Delta \mathbf{X}_{\min}$ (см. (6)).

Исходя из сделанного выше предположения относительно поведения точек минимума $X_{\min}$ вблизи оптимальной точки X_{opt} , естественно допустить, что в оптимальной точке производные (7–10), особенно производные (9) и (10), достигают минимальных значений.

В случае слабой некорректности, когда определенные классическим путем пары (d_i, n_i) довольно случайно группируются вокруг истинной точки, критерий, связанный с минимизацией среднеквадратичного разброса, как и критерии, связанные с соответствующими производными, приводят к практически одинаковому результату. Однако в случае истинной некорректности хорошо работают только критерии, относящиеся к производным. Эти производные необходимо использовать во взаимодействии.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

В работах [4–6] рассмотренная методика применена для исследования сверхтонких пленок двуокиси кремния на кремнии. Это те две группы образцов, которые исследованы с использованием классического подхода. Ограниченный набор углов падения (мы брали 5 углов), а следовательно, и не слишком большой набор неизвестных параметров (4) не позволили в полной мере проявиться законам математической статистики. Это заставляет иногда несколько раз отрабатывать на компьютере один и тот же образец, выбирая тот результат, к которому (с небольшим разбросом) приводят все критерии, связанные с производными.

В результате использования новых критериев выбора оптимальной точки для всех пяти образцов первой группы получены следующие результаты:

образец 1: $d = 1.67$ нм, $n = 1.454$;

образец 2: $d = 2.57$ нм, $n = 1.459$;

образец 3: $d = 3.49$ нм, $n = 1.448$;

образец 4: $d = 5.75$ нм, $n = 1.451$;

образец 5: $d = 17.2$ нм, $n = 1.447$.

При анализе результатов, полученных для образцов первой группы, обращают на себя внимание несколько заниженные значения показателя преломления пленки (для SiO_2 $n \approx 1.46$). Это можно объяснить влиянием неучтенного переходного слоя (и в какой-то степени ошибками в задании оптических постоянных подложки), которое при новом подходе к решению некорректной обратной задачи проявляется в гораздо меньшей степени, чем при использовании классического подхода [1].

Для образцов второй группы тоже получены неплохие результаты, но здесь наблюдаются уже немного завышенные значения показателя преломления пленки, что также объясняется неучтенным переходным слоем. Но переходный слой здесь имеет другой характер, нежели для образцов первой группы, поэтому и наблюдаются слегка завышенные значения. Влияние неучтенного переходного слоя для образцов второй группы из-за использования нового подхода также оказывается незначительным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных результатов видно, что предложенный в работах [4–6] новый подход к решению некорректной обратной задачи эллипсометрии, предлагающий новые критерии выбора оптимальной точки, приводит к устойчивым результатам и позволяет успешно исследовать поверхностные пленки толщиной от 2 до 10 нанометров.

Стоит отметить, что возможность успешного использования в эллипсометрии методов решения некорректных математических задач никак не снимает проблемы повышения точности экспериментальных измерений. Более того, для успешного использования таких методов необходимо хорошо знать характер ошибок, возникающих в эксперименте. В любом случае должна быть уверенность, что экспериментальные ошибки входят в область допустимых с точки зрения применимости методов решения некорректных задач. Отсюда следует также необходимость тщательного описания возможностей методов решения некорректных задач для различных интервалов значений параметров пленки.

Использованный в работах [4–6] комплексный метод Бокса неплохо показал себя для десяти переменных, но при большем их числе возникают определенные затруднения. В дальнейшем будет сделана попытка привлечь и другие методы.

Таким образом, методы решения некорректных математических задач довольно перспективны для применения в эллипсометрии. Класс эллипсометрических задач, которые можно решать данными методами, довольно широк. И все же наибольший практический интерес в настоящее время представляет задача по определению всех параметров однослойной модели, включая параметры подложки и переходного слоя на границе подложка—пленка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобро В.В., Семененко А.И. О характере математической некорректности обратной задачи эллипсометрии для сверхтонких поверхност-

- ных пленок // Научное приборостроение. 2000. Т. 10, № 4. С. 57–63.
2. Box M.J. A new method of constrained optimization and a comparison with other methods // Comp. Journ. 1965. V. 8. P. 42–51.
 3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 185 с.
 4. Бобро В.В., Мардежов А.С., Семененко А.И. Обратная задача эллипсометрии для сверхтонких поверхностных пленок // Автометрия. 1997. № 1. С. 50–52.
 5. Семененко А.И., Бобро В.В., Мардежов А.С. О решении обратной задачи эллипсометрии // Автометрия. 1998. № 1. С. 56–60.
 6. Bobro V.V., Mardezhov A.S., Semenenko A.I. On the solution of incorrect inverse ellipsometric problem // Proc. SPIE. 1998. V. 3485. P. 354–358.
- ОАО "Феодосийский приборостроительный завод", Украина (В. В. Бобро)**
- Институт прикладной физики НАНУ, г. Сумы, Украина (А. И. Семененко)**
- Материал поступил в редакцию 30.01.2001.

CRITERIA FOR THE CHOICE OF THE OPTIMAL POINT IN THE SOLUTION OF THE INCORRECT INVERSE ELLIPSOMETRIC PROBLEM FOR ULTRATHIN SURFACE FILMS

V. V. Bobro, A. I. Semenenko *

OAS "Feodosiya Instrument-Engineering Plant", Ukraine

**Institute of Applied Physics NASU, Sumy, Ukraine*

The present work is devoted to the analysis of the ill-posed inverse ellipsometric problem. Manifestations of the incorrectness of the problem are described for the case of ultrathin films. Special attention is given to the criteria for the choice of the optimal point. It is shown that an obvious and frequently used criterion expressed as a condition on the difference functional $S_0 \leq \delta^2$, where δ is an average error in the measurement of polarization angles, is practically useless in our case in the region of strong incorrectness. New criteria for the choice of the optimal point are therefore suggested. As a result, a stable solution of the inverse ellipsometric problem is obtained, which permits one to study successfully the surface films in the thickness range of 2 to 10 nm.