

УДК 532.65

Относительная возможность коронного разряда и рэлеевского распада для заряженных капель в источнике с электрогидродинамическим распылением жидкости. Шевченко С.И. // Научное приборостроение. Формирование пучков заряженных частиц. Л.: Наука, 1990. С. 30-37.

Дана оценка времени развития рэлеевской неустойчивости и рассчитан критический заряд, вызывающий коронный разряд с одиночных заряженных капель. На основании сравнения характерных времен и критических зарядов для рэлеевского распада и коронного разряда проведен анализ диапазонов зарядов и радиусов капель, при которых должен преобладать один из процессов. Лит. - 10 назв., ил. - 2.

С.И.Шевченко (НТО АН СССР)

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВОЗМОЖНОСТЬ КОРОННОГО РАЗРЯДА
И РАЛЕЕВСКОГО РАСПАДА ДЛЯ ЗАРЯЖЕННЫХ КАПЕЛЬ
В ИСТОЧНИКЕ С ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ РАСТЫЛЕНИЕМ ЖИДКОСТИ

В применяемых в научном приборостроении источниках прямого ввода жидких веществ в масс-спектрометр в качестве одного из методов получения ионов используется электрогидродинамическое распыление жидкости (ЭГД РЖ) при атмосферном давлении и дальнейшее испарение получившихся заряженных капель. При испарении заряженных частиц в атмосфере на них возможен коронный разряд и так называемый веерный разряд. Эти два явления могут сказываться на масс-спектрометрическом анализе.

При коронном разряде спектр получаемых ионов может значительно обогащаться за счет электрохимических реакций, идущих на поверхности капель, а в результате веерного разряда может расширяться факел струи капель и уменьшаться конечный выход ионов, т. е. каждый из этих эффектов может оказывать заметное влияние на чувствительность приборов и на получаемые спектры. Знание того, какое из этих двух явлений реализуется, необходимо для правильной интерпретации получаемых спектров и для выбора режима работы упомянутых источников.

Оказалось, что оба рассматриваемых явления сопровождаются свечением. В работе [1] отмечено, что в темноте визуально наблюдаются стримеры, распространяющиеся на несколько миллиметров от начальной капли. Появления этих стримеров связано с распылением жидкой капли. Это явление получило название веерного разряда, так как распыление наблюдалось в виде веера. В работе [2] это свечение объяснялось реализацией рэлеевской неустойчивости заряженных капель, приводящей к образованию облачка более мелких заряженных капелек, с которых идет уже чистый коронный разряд.

Области параметров (размеров, зарядов) капель, для которых должны наблюдаться коронный или веерный разряд, пока не определены. Возможность реализации одного из этих эффектов зависит от соотношения критических зарядов рэлеевской неустойчивости и коронного разряда и характерных времен их развития.

В ы ч и с л е н и е к р и т и ч е с к и х з а р я д о в

Критический заряд, вызывающий неустойчивость заряженной капли, найден в работе [3] :

$$Q_R = 8\pi\sqrt{\gamma\epsilon_0}r_0^3, \quad (1)$$

где γ — коэффициент поверхностного натяжения; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м;

r_0 — радиус рассматриваемой капли.

Для решения задачи определения критического заряда коронного разряда, т. е. заряда, начиная с которого может осуществляться коронный разряд с заряженных капель, используем макроскопическую теорию коронного разряда [4, 5]. Начало самоподдерживающегося коронного разряда соответствует выполнению условия самостоятельности разряда:

$$\int_{\ell_0}^{\ell_m} \alpha_{\text{эф}} \cdot d\ell = K, \quad (2)$$

где ℓ_0 — поверхность коронирующего электрода; ℓ_m — верхняя граница зоны ионизации, и интегрирование проводится вдоль силовой линии. Верхняя граница зоны ионизации определяется из условия:

$$\alpha_{\text{эф}}(\ell_m) = 0, \quad (3)$$

причем значения эффективного коэффициента ионизации $\alpha_{\text{эф}}$ для воздуха хорошо аппроксимируются формулой [6] :

$$\alpha_{\text{эф}} = a \left(\frac{E}{\delta} - c \right)^2, \quad (4)$$

где δ – относительная плотность воздуха; $c = 2,45 \cdot 10^6$ В/м, коэффициент a удовлетворяет соотношению $K/a = 4,2 \cdot 10^9$ В²/м. В момент возникновения коронного разряда можно не учитывать присутствие в зазоре объемного заряда, поэтому при заряде на капле, равном заряду начала коронирования, для электрического поля можно применять выражение лапласовского поля

$$E = k \frac{Q}{r^2}, \quad (5)$$

где $k = 1/4\pi\epsilon_0$; Q – заряд капли.

Если уравнения (2) и (3) решать с учетом уравнений (4) и (5), то для $x = r_m/r_0$ получаем

$$x^4 - 6 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 3 - 3 \frac{K}{a} \cdot \frac{1}{c^2 \cdot r_0} = 0, \quad (6)$$

где $r_m = \sqrt{kQ/c\delta}$ – радиус внешней границы зоны ионизации. Это уравнение имеет два комплексно-сопряженных и два действительных корня. Из действительных корней один отрицательный и один положительный. По физическим соображениям нам подходит только действительный положительный корень, который обозначим $x(r_0)$. Уравнение (6) решалось с помощью программы С206 библиотеки стандартных программ ЭВМ БЭСМ-6, которая находит все комплексные корни действительных полиномов. Значения $x(r_0)$ для радиусов капель $r_0 \in (10^{-7}, 10^{-3})$ м:

$r_0, \text{м}$	10^{-7}	$3 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$3 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$3 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}
$x(r_0)$	12,15	9,2	6,95	5,37	4,09	3,24	2,56	2,11	1,76

Зная $x(r_0)$, находим начальный заряд, выше которого начинается коронный разряд:

$$Q_{кор} = \frac{c\delta}{k} r_m^2 = \frac{c\delta}{k} r_0^2 \cdot x^2(r_0). \quad (7)$$

Зависимость $Q_{кор}(r_0)$ для $\delta = 1$, что соответствует атмосферному давлению, приведена на рис.1. Там же показана зависимость от радиуса капель r_0 рэлеевского заряда (1). Для воды начальный заряд короны и предельный рэлеевский заряд становятся равными при $r_0 \approx 4 \cdot 10^{-4}$ м. А при меньших радиусах капель выполняется неравенство $Q_R > Q_{кор}$. Если капли имеют заряд, больший Q_R , то одновременно могут наблюдаться и развитие рэлеевской неустойчивости и коронный разряд. Возможность осуществления одного из этих двух процессов зависит от соотношения характерных времен их развития.

О ц е н к а х а р а к т е р н ы х в р е м е н

Для капель, размеры которых удовлетворяют неравенству $Kn \equiv \lambda/2r_0 \ll 1$, уменьшение радиуса за счет испарения описывается законом

$$r(t) = r_0 \cdot \sqrt{1 - t/\tau},$$

где Kn - число Кнудсена;
 λ - длина свободного пробега молекул в воздухе ($\lambda \approx 8 \cdot 10^{-8} \text{ м}$);
 $r(t)$ - зависимость радиуса капли от времени; r_0 - радиус капель в момент времени $t=0$; $\tau = r_0^2 \cdot d$ - характерное время испарения капель; $d \approx 3 \cdot 10^9 \text{ с/м}^2$ [7, 8]. Для микронных капель воды характерное время испарений имеет величину $\tau \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Для анализа условий устойчивости заряженной капли рассмотрим возмущения радиуса поверхности капли вида $B \cdot \cos \omega t$. Частота первой моды ($n=2$) таких возмущений определяется выражением

$$\omega = \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho \cdot r^3(t)} \left(1 - \frac{Q^2}{64\pi^2 \gamma \epsilon_0 \cdot r^3(t)} \right)}, \quad (8)$$

где ρ - плотность жидкости [3]. Уменьшение радиуса капли в процессе испарения приводит к тому, что частота ω в некоторый момент времени t_0 становится равной нулю. Заряд, при котором $\omega = 0$, называется критическим (релеевским) зарядом. Он определяется выражением (1) и для микронных капель воды ($\gamma = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$) имеет величину $2 \cdot 10^{-14} \text{ Кл}$. При дальнейшем увеличении времени частота становится чисто мнимой и возмущения поверхности начинают расти по закону $B \cdot \exp(t \cdot \text{Im } \omega)$. Для мнимой части частоты из выражения (8) получаем при $t \ll \tau$:

$$\text{Im } \omega = \sqrt{\frac{12\gamma t}{\rho r_0^3 \tau}},$$

где в качестве момента времени t_0 взят момент времени, в котором выполняется соотношение (1). Время нарастания возмущения от некоторой амплитуды B_1 до B_2 определяется из соотношения

$$t = r_0 \left(\sqrt{\frac{\rho \tau}{12\gamma}} \ln \frac{B_2}{B_1} \right)^{2/3}$$

Если в качестве начальной амплитуды B_1 взять атомный размер, а в качестве конечной B_2 - размер капель в момент $t=0$ (т.е. r_0), то получается время распада капель:

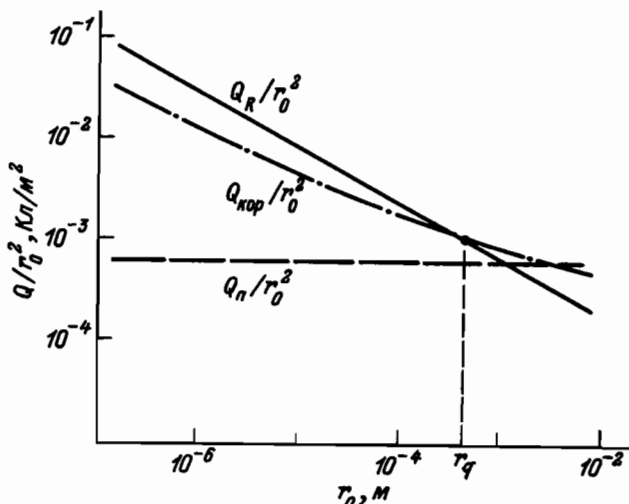


Рис.1. Зависимость характерных зарядов релеевского распада (Q_R), коронного разряда ($Q_{кор}$) и поджига (Q_n), деленных на r_0^2 , от радиуса капель

$$t_R = r_0^{5/3} \left(\sqrt{\frac{\rho d}{12\gamma}} \ln \frac{r_0}{10^{-10}} \right)^{2/3} \quad (9)$$

Для капель воды микронного размера оценка времени распада по формуле (9) дает $t_R \approx 10^{-6}$ с.

Оценка времени коронного разряда, в течение которого заряд капли значительно снижается, проведена в работах [2, 9]. Это характерное время складывается из задержки коронного разряда, связанной с отсутствием "поджигающего" импульса, и собственно временем коронного разряда. Основным источником поджига коронного разряда является наличие в атмосфере отрицательных ионов, которые вблизи заряженной капли в достаточно сильном поле разрушаются с образованием электрона, дающего далее электронную лавину. Концентрация таких отрицательных ионов в атмосфере $n \sim (5-8) \cdot 10^8 \text{ м}^{-3}$. Время задержки коронного разряда определяется временем от момента образования капли до момента столкновения с отрицательным ионом:

$$\tau_0 \approx 1/n \cdot v \cdot S, \quad (10)$$

где v — относительная скорость движения капли и иона; S — сечение их столкновения.

$$S = \pi k Q / E_*, \quad (11)$$

где $E_* \approx 7 \cdot 10^6 \text{ В/м}$ — напряженность электрического поля, при которой происходит разрушение отрицательного иона с образованием электрона. Выражение (11) выводится из того, что $S = \pi \cdot r_*^2$, где r_* — радиус, при котором $E(r_*) \equiv k Q / r_*^2 = E_*$. Выражение для сечения столкновений заряженной капли с отрицательными ионами, ведущих к поджигу (11), справедливо лишь, если Q настолько велик, что в окрестности капли существует область, в которой $E(r) > E_*$, т.е. выполняется соотношение

$$Q > Q_n \equiv E_* \frac{r^2}{k}.$$

Этот заряд назовем зарядом поджига. Зависимость Q_n от размера капель r_0 показана на рис. 1. Из сравнения этой зависимости с зависимостью $Q_{кор}(r_0)$ видно, что для наиболее интересного при ЭГД РЖ диапазона размеров заряженных капель $r_0 = (10^{-6} - 10^{-4}) \text{ м}$ выполняется неравенство $Q_n < Q_{кор}$. Это означает, что отрицательные ионы, проникшие в область $r < r_m$, разваливаются с выделением электрона, дающего поджиг. В работе [2] показано, что свободные электроны, возникающие вблизи поверхности Земли за счет естественной радиации, практически не дают никакого вклада в поджиг коронного разряда на малых заряженных каплях. Для положительного заряда капель v равна сумме скорости v_1 капли во внешнем поле E_B и скорости ионов v_2 в этом поле:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{Q}{6\pi\gamma \cdot r(t)} E_B + \beta_- \cdot E_B,$$

где $\beta_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ – подвижность отрицательных ионов в атмосфере; η – вязкость воздуха. Подставляя все в выражение (10), получаем

$$\tau_0 \approx \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{E_b \cdot (\beta_- + Q/6\pi\eta \cdot r)} \cdot \frac{1}{\pi k Q / E_*} \quad (12)$$

Для получающихся при ЭГД РЖ каплей имеем характерные параметры $r_0 \approx 10^{-6} \text{ м}$, $Q \approx 10^{-14} \text{ Кл}$, $E_b \approx 10^5 \text{ В/м}$ и получаем $\tau_0 \approx 10^{-1} \text{ с}$ (для воздуха $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$). Вид зависимости (12) от радиуса каплей показан на рис. 2.

Для оценки собственно времени коронного разряда достаточно оценить время прохождения одной лавины ($\approx 10^{-7} \text{ с}$ [9]) и количество лавин, необходимых для нейтрализации заряда капли. Согласно работе [10], самоподдерживающаяся корона существует когда лавина достигает критической величины, содержащей $10^5 + 10^8$ электронов, что соответствует приносимому на каплю заряду $10^{-14} + 10^{-11} \text{ Кл}$. Из рис. 1 видно, что для радиусов каплей $r_0 < 10^{-3} \text{ м}$ достаточно одной электронной лавины для снижения заряда капли ниже уровня $Q_{\text{кор}}$.

Поэтому для таких размеров каплей можно считать, что собственно коронный разряд происходит за время $t \approx 10^{-7} \text{ с}$, т.е. по сравнению с другими обсуждаемыми в статье характерными временами практически мгновенно.

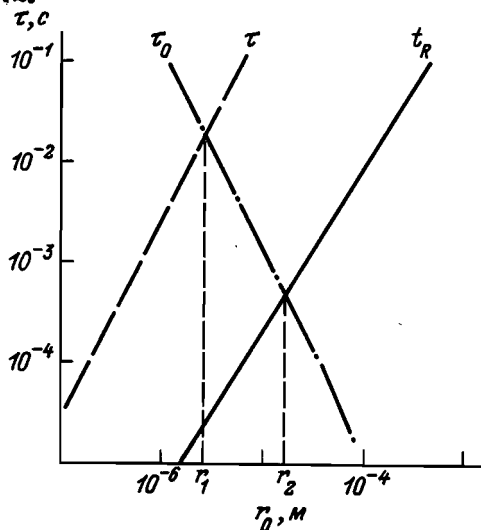


Рис. 2. Зависимость характерных времен рэлеевского распада (t_R), коронного разряда (τ_0) и испарения (τ) от радиуса каплей

Возможность реализации коронного и веерного разряда

Из сравнительного рассмотрения зависимости критических зарядов и критических времен от радиуса r_0 (см. рис. 1, 2) можно установить, какой из процессов (коронный или веерный разряд) должен преобладать.

С точки зрения обсуждения рассматриваемых процессов на каплях, полученных при ЭГД РЖ, можно считать, что $Q_R > Q_{\text{кор}}$. Это значит, что для каплей, имеющих заряд $Q > Q_R$, возможен как коронный, так и веерный разряд.

Из рис. 2 видно, что можно выделить два диапазона изменения радиуса каплей r_0 , в которых различны соотношения между характерными временами коронного и веерного разряда:

$$r_0 \in (0, r_2): \quad \tau_0 > t_R,$$

$$r_0 \in (r_2, r_0): \quad \tau_0 < t_R.$$

В первом диапазоне для зарядов капель $Q > Q_R$ разрешен и веерный и коронный разряд, однако характерное время коронного разряда настолько велико, что будет реализовываться только веерный разряд (рэлеевская неустойчивость). Если $Q_{кор} < Q < Q_R$, то веерный разряд запрещен. Рассмотрим два поддиапазона изменения r_0 .

В первом поддиапазоне $r_0 \in (0, r_1)$ выполняется соотношение $\tau_0 > \tau$, и капля быстро за счет испарения уменьшит свой радиус до такого значения, что будет выполняться соотношение (1) и станет возможен веерный разряд.

Во втором поддиапазоне $r_0 \in (r_1, r_2)$ выполняется соотношение $\tau_0 > \tau$, поэтому будет реализоваться коронный разряд.

Во втором диапазоне $r_0 \in (r_2, r_q)$ между характерными временами выполняется соотношение $\tau_0 < \tau_R \ll \tau$, поэтому и для $Q_{кор} < Q < Q_R$ и для $Q_R < Q$ капли будут испытывать преимущественно коронный разряд. Размеры заряженных капель, большие $r_q \approx 10^{-3}$ м, уже не характерны для ЭГД РЖ и поэтому не рассматриваются. Они интересны для интерпретации физических процессов в облаках.

Рассмотрим случай не одиночных заряженных капель, а ЭГД РЖ, при котором на поверхности мениска жидкости, с которого идет распыление, часто выполняется условие возникновения коронного разряда и должен существовать коронный разряд. Образовавшиеся при ЭГД РЖ капли будут проходить через зону коронного разряда, где должен осуществляться поджиг на них коронного разряда. Поэтому для этого случая при анализе относительной возможности реализации коронного и веерного разряда в качестве характерного времени возникновения коронного разряда на каждой капле следует считать $\tau_0 \approx 10^{-7}$ с. То есть в этом режиме заряд капель будет весьма быстро падать до значения $Q \leq Q_{кор}$, что указывает на то, что веерный разряд, являющийся следствием неустойчивости при выполнении условия Рэлея (1), невозможен. Это, однако, не исключает возможности реализации других видов веерного разряда, например, за счет неустойчивости заряженной капли в сильном электрическом поле.

Приведенный в статье сравнительный анализ рэлеевского (веерного) и коронного разряда показывает, что соотношение между этими двумя эффектами носит сложный характер и зависит от соотношения их критических зарядов и времен.

ЛИТЕРАТУРА

1. English W.N./Corona from water drop.//Phys.Rev., 1948. - V.74, N. 2. - P.179-189.
2. Григорьев А.И., Синкевич О.А./О возможном механизме возникновения огней "св.Эльма"/ЖТФ, 1984. - Т.54, № 7. - С. 1276-1283.
3. Rayleigh R./On the equilibrium of liquid conduction masses charged with electricity//Phil.Mag., 1882. - V.14. - P. 184-186.
4. Попков В.И./К теории коронного разряда в газе при постоянном напряжении//Изв.АН СССР, ОТН. 1953, № 5. - С.664-674.
5. Ватажин А.Б. и др. Электрогазодинамические течения. - М.: Наука, 1983. - 344 с.
6. Верещагин И.П. и др. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. - М.: Энергия, 1974. - 480 с.
7. Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. - М.: Изд-во АН СССР, 1958. - 90 с.

8. Хирс Д., Паунд Г. Испарение и конденсация. - М.: Металлургия, 1966. - 196 с.
9. Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б. Теория искры. - М.: Атомиздат, 1975. - 271 с.
10. Salama M.M.A., Parekh H., Srivastava H.D./A comment on the methods of calculation of corona onset voltage//Appl.Phys.Lett., 1977. - V.30, N 3. - P. 139-141.

А.С.Бердников (НТО АН СССР)

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Представления о фазовом пространстве и связанные с этим понятия (эмиттанс, аксептанс и т.д.) давно и плодотворно используются в электронной и ионной оптике [1-5]. Применение этих понятий связано прежде всего с фундаментальными результатами типа теоремы Лиувилля. На практике расчет электронно- или ионно-оптической системы проводится преимущественно путем расчета траекторий, а распределение частиц в фазовом пространстве привлекается только для более наглядного представления результатов. Безусловно, расчет траекторий (численный или аналитический) дает наиболее исчерпывающую информацию о движении заряженных частиц, однако получение этой информации требует огромных затрат человеческого и машинного времени. Для многих приложений информация о том, в какую точку из какой и с какой скоростью пришла частица, оказывается избыточной. При решении таких задач существенны только начальные и конечные характеристики пучка, т.е. распределения в фазовом пространстве. Представляется соблазнительным получать эти фазовые характеристики пучка непосредственно, т.е. без интегрирования уравнений движения. Возможности получения фазовых характеристик пучка на основании уравнения Лиувилля рассматриваются в данной статье.

Рассмотрим двумерную плоскую модель движения заряженных частиц. Пусть $P(x, y, v_x, v_y, t)$ - плотность распределения частиц в фазовом пространстве в момент времени t , так что число частиц в элементе объема фазового пространства равно $P(x, y, v_x, v_y, t) dx dy dv_x dv_y$. Если движение частиц происходит в чисто электростатическом поле с потенциалом $U(x, y)$, то функция P должна удовлетворять уравнению Лиувилля:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} v_x + \frac{\partial P}{\partial y} v_y + \frac{\partial P}{\partial v_x} \left(-\frac{e}{m} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial P}{\partial v_y} \left(-\frac{e}{m} \frac{\partial U}{\partial y} \right) = 0. \quad (1)$$

Если к уравнению (1) добавить условия для задачи Коши

$$P(x, y, v_x, v_y, t)|_{t=0} = P_0(x, y, v_x, v_y), \quad (2)$$

то с физической точки зрения уравнения (1) и (2) будут описывать эволюцию во времени ансамбля частиц с заданным начальным распределением. Теорема существования и единственности [6] гарантирует математическую корректность задачи (1), (2) (здесь и далее корректность понимается в смысле существования и единственности решения).

Прямому численному решению задачи (1), (2) мешает большая размерность задачи: