

УДК 537.534.1

Точно решаемая модель гетерогенного кластерообразования на ионах. Бердников А.С., Веренчиков А.Н., Дубровский В.Г.//Научное приборостроение. Формирование пучков заряженных частиц. Л.: Наука, 1990. - С. 3-9.

Дана квазихимическая модель, сводящаяся к системе нелинейных дифференциальных уравнений, для теоретического описания кинетики гетерогенного кластерообразования на заряженных частицах (ионах). Получены точные аналитические решения квазихимической модели для произвольных начальных распределений при простых аппроксимациях зависимости констант скоростей реакций конденсации-распада от размера кластера методом производящей функции. Обсуждаются физические следствия найденных решений и возможности применения предлагаемых моделей для интерпретации экспериментов по измерению масс-спектров ионных кластеров. Лит. - 9 назв.

А.С.Бердников, А.Н.Веренчиков, В.Г.Дубровский (НТО АН СССР)

ТОЧНО РЕШАЕМАЯ МОДЕЛЬ ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРООБРАЗОВАНИЯ НА ИОНАХ

Современные экспериментальные методы исследования процессов гетерогенного кластерообразования в сверхзвуковых струях, проточной послеразрядной плазме, при конденсации в камерах Вильсона и диффузионных камерах и т.д. позволяют измерять спектры ионных кластеров по размерам [1-3]. Это объясняет интерес, проявляемый к изучению квазихимической модели (КМ) и ее приближенных вариантов, которые обычно используются для описания кинетики кластерообразования [4]. Непосредственные аналитические или численные исследования дискретной системы уравнений КМ связаны с большими трудностями. Они объясняются, во-первых, нелинейностью уравнений и высокой размерностью системы. С точки зрения численных решений (при известных зависимостях констант скоростей реакций от размера кластера и температуры) это приводит к большому объему вычислений, требуемых для того, чтобы проследить влияние определяющих параметров. Если же удастся получить аналитические решения, то, как правило, они оказываются наглядно не представимыми, являясь сложной суммой многих функций со многими константами, которые задаются начальными условиями и не имеют отношения к физике процесса. Во-вторых, в большинстве случаев вид зависимости констант скоростей реакций конденсации-распада от размера кластеров достоверно не известен. Это ставит непростую задачу адекватного выбора констант, описывающего те или иные экспериментальные данные, а также оценки влияния указанной недостоверности на характер численного или аналитического решения.

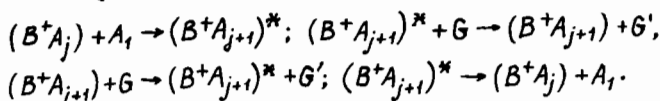
Перечисленные трудности обычно пытаются обойти переходом к диффузионному (континуальному) приближению исходной системы уравнений КМ. Последовательное рассмотрение процесса гетерогенного кластерообразования на ядрах конденсации в рамках этого приближения можно найти, например, в работе [5]. При этом малые кластеры, являющиеся наиболее интересными с точки зрения масс-спектрометрических экспериментов, выпадают из рассмотрения. Для больших кластеров, описываемых термодинамически, ошибки в определении свободной энергии кластерообразования приводят к существенным поправкам уже в равновесных функциях распределения, а, следовательно, и константах скоростей, связанных соотношением детального баланса [6]. Наконец, при переходе к диффузионному уравнению типа Фоккера-Планка может происходить неявная неэквивалентная замена модели, так что решение уравнения Фоккера-Планка оказывается несопоставимым с решением исходной дискретной системы (этот вопрос будет детально рассмотрен в отдельном сообщении). Указанные недостатки диффузионного приближения заставляют искать способы аналитического описания кинетики кластерообразования в рамках дискретной системы уравнений КМ.

Эта статья посвящена исследованию простой модели гетерогенного кластерообразования, для которой авторами получено точное аналитическое решение в форме, удобной для физических выводов и сопоставления с экспериментальными данными о нестационарных спектрах кластеров. Являясь, по-видимому, довольно грубым приближением к реальным зависимостям констант скоростей реакций конденсации

распада от размера, используемые в работе аппроксимации тем не менее позволяют дать наглядную картину процесса и допускают определенное физическое обоснование.

К М и м е т о д п р о и з в о д я щ е й ф у н к ц и и

При описании кинетики гетерогенного кластерообразования в рамках КМ рассматриваются реакции конденсации молекулы пара на кластере и мономолекулярного распада кластера на молекулу пара и кластер меньшего размера. Пренебрегая тройными столкновениями, эти реакции согласно работе [2] протекают при помощи механизма активированного комплекса:



где B^+ - ион, являющийся ядром конденсации; A_1 - молекула пара; (B^+A_j) и $(B^+A_j)^*$ - устойчивый ионный кластер и активированный комплекс с j молекулами A_1 ; G - молекула пассивного газа, осуществляющего энергообмен и не вступающего в химические реакции.

Такой механизм имеет место только при условии

$$t_a K_{\text{туш}} [G] \gg 1,$$

где t_a - время жизни активированного комплекса; $K_{\text{туш}}$ - константа скорости тушающих столкновений; $[G]$ - концентрация молекул пассивного газа.

В противном случае процесс кластерообразования происходит через тройные столкновения или вообще не происходит. Если плотность пассивного газа существенно превосходит плотность пара, то иерархия времен жизни устойчивых кластеров и активированных комплексов позволяет рассматривать реакции конденсации-распада без учета промежуточного нестабильного состояния:



Обозначая концентрацию свободных молекул пара через n_A , а концентрацию кластеров (B^+A_j) - через n_j (при $j=0$ n_0 - есть концентрация ионов), систему кинетических уравнений КМ для реакций (1) запишем в виде

$$\begin{aligned}\dot{n}_0 &= -I_1, \quad \dot{n}_j = I_j - I_{j+1}, \quad j \geq 1; \\ \dot{n}_A &= - \sum_{j \geq 1} I_j; \\ I_j &= n_A n_{j-1} C_{j-1}^+ - n_j C_j^-, \quad j \geq 1.\end{aligned} \quad (2)$$

Здесь C_j^+ , C_j^- - есть константы скоростей прямой и обратной реакции (1); I_j по физическому смыслу есть поток кластеров с уровня $(j-1)$ на уровень j ; $\dot{n}_{A,j} \equiv d_t n_{A,j}$ (для краткости мы часто будем опускать временные аргументы функций). Система (2) должна быть дополнена начальными условиями при $t=0$

$$n_j(t=0) = n_j(0), \quad j \geq 0, \quad n_A(t=0) = n_A(0). \quad (3)$$

Очевидно, что из системы (2) следуют два закона сохранения: полного числа ионов и полного числа молекул пара в единице объема. Вводя моменты функции распределения кластеров по размерам порядка s $M_s \equiv \sum_{j \geq 0} j^s n_j$ (в дальнейшем также

будут использоваться безразмерные моменты $\bar{M}_s \equiv M_s / M_0$, законы сохранения можно записать в виде

$$M_0 = \text{const}, n_A(t) + M_1(t) = n_A(0) + M_1(0) \equiv N_A = \text{const}. \quad (4)$$

Если при $t \rightarrow \infty$ существует равновесное распределение, для него выполняется принцип детального баланса (условия $I_j(\infty) = 0$):

$$n_A(\infty) n_{j-1}(\infty) C_{j-1}^+ = n_j(\infty) C_j^-, j \geq 1. \quad (5)$$

Используя выражения (4), из (5) нетрудно получить формулу, позволяющую находить равновесные концентрации $n_{j,A}(\infty)$ при известных зависимостях $C_j^\pm$ от j ($C_j^- \neq 0$):

$$n_j(\infty) = M_0 \frac{F_j(n_A(\infty))}{F(n_A(\infty))}, \quad (6)$$

где введены обозначения: $F_j(x) \equiv x^j \prod_{k=0}^{j-1} \frac{C_k^+}{C_{k+1}^-}$, $F(x) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} F_j(x)$.

Величина $n_A(\infty)$ берется как решение уравнения

$$n_A(\infty) \left[1 + M_0 \frac{F'(n_A(\infty))}{F(n_A(\infty))} \right] = N_A, F'(x) \equiv d_x F(x) \quad (7)$$

(при условии, что ряд для $F(n_A(\infty))$ сходится). Таким образом, вид констант $C_j^\pm$ полностью определяет финальное равновесное состояние системы.

Процедура аналитического решения системы (2) иногда упрощается введением производящей функции $n(z, t)$ по формуле

$$n(z, t) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} n_j(t) z^j, \quad (8)$$

где z - произвольный параметр. Концентрации $n_j(t)$ выражаются через производные от $n(z, t)$ по z при $z = 0$:

$$n_j(t) = \frac{1}{j!} \partial_z^{(j)} n(z, t) \Big|_{z=0}. \quad (9)$$

Дифференцируя формулу (8) по времени и используя выражения (2), (3) получаем следующее уравнение для $n(z, t)$:

$$\begin{cases} \partial_t n(z, t) = (z-1) n_A(t) \sum_{j=0}^{\infty} C_j^+ n_j(t) z^j + (z^{-1}-1) \sum_{j=1}^{\infty} C_j^- n_j(t) z^j \\ n(z, t=0) = n(z, 0) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} n_j(0) z^j \end{cases} \quad (10)$$

Вся информация о начальных распределениях кластеров по размерам находится в $n(z, 0)$. Функция $n_A(t)$ находится из соответствующего выражения системы (2), которую можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dot{n}_A(t) = -n_A(t) \sum_{j=0}^{\infty} n_j(t) C_j^+ + \sum_{j=1}^{\infty} n_j(t) C_j^- \\ n_A(t=0) = n_A(0) \end{cases} \quad (11)$$

Если зависимости констант $C_j^\pm$ от размера j являются полиномиальными (при этом член $C_{(0)}^-$ в разложении $C_j^- = C_{(0)}^- + C_{(1)}^- j + \dots$ должен быть равен нулю, что означает запрет на распад иона B^+), то уравнения (10) и (11) образуют замкнутую систему относительно функций $n(z, t)$ и $n_A(t)$, так как суммы $\sum_{j=0}^{\infty} C_j^+ n_j z^j$ выражаются через $n(z, t)$ и ее производные по z . Условие $C_{(0)}^- = 0$ обеспечивает существование конечного значения $n(z, t)$ и производных $\partial_z^{(j)} n(z, t)$ в точке $z = 0$. Если система (2) имеет два первых интеграла вида $\Phi(t, n_A, \sum_{j=0}^{\infty} C_j^+ n_j, \sum_{j=1}^{\infty} C_j^- n_j)$,

то уравнения (10) и (11) расщепляются, что и позволяет получать точные аналитические решения для определенных моделей констант $C_j^\pm$.

Простейшая модель кластерообразования и ее точное решение

Вид зависимостей констант $C_j^\pm$ от j при данной температуре парогазовой смеси определяется микроскопическими механизмами столкновений и внутрикластерной структурой. Согласно Серси и Фенну, проводившим в работе [2] численный анализ экспериментальных спектров, полученных в [1], при конденсации паров воды на ядрах H^+ в сверхзвуковой газовой струе значения $C_j^\pm$ в области размеров, доступных для масс-спектрометрических исследований, слабо зависят от j . Что касается C_j^- , в качестве нулевого приближения разумно использовать аппроксимацию $C_j^- = jC^-$, означающую, что вероятность испарения с кластера размера j пропорциональна числу молекул в нем. Такое предположение согласуется с простейшими качественными результатами для констант мономолекулярного распада, приведенными в работе [7].

Итак, рассмотрим следующую простую, но физически вполне реалистичную модель для констант скоростей реакций (1):

$$C_j^+ = C^+; C_j^- = jC^-, j \geq 0, \quad (12)$$

где величины $C^\pm$ есть функции температуры. При этом из (10), (11) с учетом законов сохранения (4) имеем два независимых уравнения для $n_A(t)$ и $n(z, t)$:

$$\begin{cases} \dot{n}_A(t) = -(C^+M_0 + C^-)n_A(t) + C^-N_A, \\ n_A(t=0) = n_A(0), \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \partial_t n(z, t) = (z-1)[C^+n_A(t)n(z, t) - C^-\partial_z n(z, t)], \\ n(z, t=0) = n(z, 0) \equiv \sum_{j \geq 0} n_j(0)z^j. \end{cases} \quad (14)$$

Обозначим $n_A(0) = \gamma N_A$, где γ — относительная часть молекул пара, находящихся при $t=0$ в свободном состоянии. Решение уравнения (13) и следующее из него и второго из законов сохранения (4) выражение для первого момента имеет вид

$$n_A(t) = N_A \left[\kappa^+ + (\gamma - \kappa^+) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]; M_1(t) = N_A \left[\kappa^+ - (\gamma - \kappa^+) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]. \quad (15)$$

Здесь $\tau = (C^+M_0 + C^-)^{-1}$ — характерное время релаксации к равновесному состоянию, а величины $\kappa^+ = (C^+M_0 + C^-)^{-1}C^+M_0$ и $\kappa^- = (C^+M_0 + C^-)^{-1}C^-$ — относительные скорости реакций конденсации и распада ($\kappa^+ + \kappa^- = 1$).

Подставляя решение (15) для $n_A(t)$ в (14) и интегрируя уравнение в частных производных первого порядка с заданными начальными условиями, получаем:

$$\begin{aligned} n(z, t) &= \exp[(z-1)\beta(t)] n(1 + a(t)(z-1), 0), \\ a(t) &\equiv \exp(-C^-t); \beta(t) \equiv \bar{M}_1(t) - \bar{M}_1(0)a(t), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\bar{M}_1(t) = \frac{M_1(t)}{M_0}$ — средний размер кластеров в момент времени t .

Восстанавливая $n_j(t)$ из (16) по формуле (9), находим точное решение системы (2) при $C_j^\pm$ в форме (12):

$$n_j(t) = \exp(-\delta(t)) \frac{[\delta(t) + a(t)\partial_x]^j}{j!} n(x, 0) \Big|_{x=1-a(t)}. \quad (17)$$

Легко убедиться, что функции $n_j(t)$ удовлетворяют начальным условиям и условию нормировки.

Перейдем к обсуждению формул (15)–(17).

1. При $C^- \neq 0$ характерным временем релаксации к равновесному состоянию для функций $n_j(t)$ является величина $1/C^- \gg \tau$ (τ – время релаксации концентрации молекул пара $n_A(t)$ и первого момента). Несмотря на то, что решение формул (15)–(17) получено в рамках модели (12) для $C_j^{\pm}$, найденный результат заставляет усомниться в справедливости предположения $n_A(t) \approx n_A(0)$, использованного в ряде работ для линеаризации системы (2) [8].

2. Рассмотрим поведение решения при $t \rightarrow \infty$. Согласно формуле (15) к моменту окончания процесса K^+N_A молекул пара в единице объема будут сконденсированы в кластеры, а K^-N_A молекул останутся в свободном состоянии. Отношение концентраций сконденсированных и свободных молекул пара равно величине $\frac{C^+M_0}{C^-}$. В случае $C^- \neq 0$ из формул (16), (17) следует, что значение $\delta(\infty)$ совпадает со средним размером $\bar{M}_1(\infty) = K^+N_A$, а финальные концентрации кластеров $n_j(\infty)$ при $a(\infty)=0$ переходят в пуассоновское распределение:

$$n_j(\infty) = M_0 \frac{\exp(-\bar{M}_1(\infty)) \bar{M}_1^j(\infty)}{j!}. \quad (18)$$

Этот результат можно получить и непосредственно из формул (6), (7), учитывая, что для рассматриваемой аппроксимации $C_j^{\pm} F(x) = \exp\left(\frac{C^{\pm}x}{C^-}\right)$.

3. Изучим отдельно случай $C^- \neq 0$ (отсутствие реакций распада). При $K^- = 0$, $K^+ = 1$, $a(t) = 1$, $\tau = (C^+M_0)^{-1}$ вместо формул (15), (17) имеем

$$n_A(t) = \gamma N_A \exp(-C^+M_0 t); \quad M_1(t) = N_A(1 - \gamma \exp(-C^+M_0 t)), \quad (19)$$

$$n_j(t) = \exp(-\delta(t)) \frac{[\delta(t) + \partial_x]^j}{j!} n(x, 0) \Big|_{x=0}; \quad \delta(t) = \bar{M}_1(t) - \bar{M}_1(0). \quad (20)$$

Время релаксации $n_j(t)$ совпадает теперь с временем релаксации $n_A(t)$. Очевидно, что распределение (20) не переходит в пуассоновское при $t \rightarrow \infty$. Модель $C_j^+ = C^+$, $C_j^- = 0$, по-видимому, соответствует экспериментам [1], по данным которых в условиях опытов по масс-спектрометрическому зондированию сверхзвуковой струи для кластеров $H^+(H_2O)_j$ с $j \lesssim 30$ можно пренебречь реакциями распада по сравнению с процессами соединения в бимолекулярных столкновениях.

4. Все предыдущие выражения были справедливы для любых $n_j(0)$. Рассмотрим теперь случай пуассоновского начального распределения

$$n_j(0) = M_0 \frac{\exp(-\bar{M}_1(0)) \bar{M}_1^j(0)}{j!}. \quad (21)$$

Частным случаем (21) при $\bar{M}_1(0) = 0$ является моодисперсное начальное распределение $n_j(0) = M_0 \delta_{j,0}$. Замечая, что при $C^- = 0$ в формуле (21) $n(x, 0) = M_0 \exp x \times [(x-1)\bar{M}_1(0)]$ и пользуясь формулами (16) для $a(t)$ и $\delta(t)$, из (17) получаем, что в любой момент времени $t \geq 0$

$$n_j(t) = M_0 \frac{\exp(-\bar{M}_1(t)) \bar{M}_1^j(t)}{j!}; \quad (22)$$

средний размер $\bar{M}_1(t)$ по-прежнему определяется соответствующей формулой (15), при $\bar{M}_1(0) = 0$ в ней нужно положить $\gamma = 1$.

Таким образом, доказано свойство канонической инвариантности системы уравнений КМ с коэффициентами (12) ($C^- \neq 0$) относительно распределения Пуассона, т.е. сохранение пуассоновского вида начального распределения и асимптотическое стремление к пуассоновскому распределению при $t \rightarrow \infty$ для произвольных $n_j(0)$. Свойство сохранения пуассоновского начального спектра, в отличие от свойства асимптотического стремления $n_j(t)$ к распределению (18), имеет место и для случая $C^- = 0$, в чем легко убедиться подстановкой формул (21) и (20). При этом средний размер $\bar{M}_1(t)$ в (22) дается второй формулой (19).

5. Приведем формулы для релаксации моментов в КМ с коэффициентами (11). Определим интегральные величины m_s по формуле

$$m_s(t) \equiv \partial_x^s n(x, t) \big|_{x=1}. \quad (23)$$

Они сводятся, очевидно, к некоторым комбинациям моментов M_s , с $s' \leq s$ ($m_0 = M_0$, $m_1 = M_1$, $m_2 = M_2 - M_1$, $m_3 = M_3 - 3M_2 + 2M_1$ и т.д.). Из формулы (16) для $m_s(t)$ получаем следующие выражения:

$$m_s(t) = [b(t) + a(t) \partial_x] \partial_x^s n(x, 0) \big|_{x=1}. \quad (24)$$

При начальном распределении (21) из (24) имеем

$$m_s(t) = M_0 \bar{M}_1^s(t), \quad (25)$$

т.е. величина $m_s(t)$, определенная по формуле (23), развивается во времени как s -я степень первого момента. Вышие моменты M_s ($s > 1$) согласно формуле (25) выражаются через $\bar{M}_1(t)$ по формулам

$$M_2(t) = M_0 (\bar{M}_1^2(t) + \bar{M}_1(t)),$$

$$M_3(t) = M_0 (\bar{M}_1^3(t) + 3\bar{M}_1^2(t) + \bar{M}_1(t))$$

и т.д.

Отметим, что другой точно решаемой моделью кластерообразования является система (2) с константами скоростей

$$C_j^+ = (1+j)C^+; C_j^- = jC^-, j \geq 0. \quad (26)$$

Окончательный ответ для $n_j(t)$ в этой модели выражается через сложные интегралы, не позволяющие дать наглядную картину эволюции спектров. Поэтому ограничимся исследованием функции $n_A(t)$ и видом финальных равновесных распределений. Уравнение (11) с коэффициентами (26) можно привести к виду ($n_A = N_A f_A$):

$$\begin{cases} d_x f_A(x) = (f_A(x) - f_A^{(1)})(f_A(x) - f_A^{(2)}), \\ f_A(x=0) = \gamma, \end{cases} \quad (27)$$

где $f_A^{(1), (2)} = \frac{1+\alpha+\varepsilon}{2} \pm \frac{1}{2} [(1+\alpha+\varepsilon)^2 - 4\alpha]^{1/2}$, $\alpha \equiv \frac{C^-}{C^+ N_A}$, $\varepsilon \equiv \frac{M_0}{N_A}$, $x \equiv C^+ N_A t$.

Величина α определяет отношение скоростей процесса конденсации-распада, ε - отношение концентраций ионов и пара. Решение (27) имеет вид

$$f_A(x) = f_A^{(1)} + (f_A^{(1)} - f_A^{(2)}) \left[\left(\frac{f_A^{(2)} - \gamma}{f_A^{(1)} - \gamma} \right) \exp((f_A^{(2)} - f_A^{(1)})x) - 1 \right]^{-1}. \quad (28)$$

При $\alpha, \varepsilon > 0$ корни $f_A^{(1),(2)}$ вещественны, причем $f_A^{(1)} > f_A^{(2)}$, поэтому экспонента в (28) является убывающей и $f_A(\infty) = f_A^{(2)}$ (заметим, что $f_A^{(1)} > 1$ и знаменатель в (28) не обращается в ноль ни при каких значениях $0 \leq \gamma \leq 1$). В реальных условиях обычно $\varepsilon \ll 1$, при $\varepsilon \rightarrow 0$ $f_A^{(2)} = \alpha$, если $\alpha < 1$ и $f_A^{(2)} = 1$, если $\alpha \geq 1$. При $\varepsilon > 0$, как нетрудно убедиться, поправка к $f_A^{(2)}$ будет отрицательной в обеих областях $\alpha < 1$ и $\alpha \geq 1$, поэтому $f_A^{(2)}$ всегда меньше α . Зная $f_A(\infty)$, по формуле (6) находим равновесное распределение по размерам для модели (26):

$$n_j(\infty) = M_0(1-\lambda)\lambda^j; \quad \lambda \equiv \frac{f_A^{(2)}}{\alpha}.$$

Условие сходимости ряда для $F(n_A(\infty))$ в выражении (6) (в данном случае $F(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{C_j^+ x}{C^-} \right)^j$) как раз и является неравенство $f_A^{(2)} < \alpha$.

Приближенная аппроксимация констант скоростей реакций конденсации-распада $C_j^+ = C^+$, $C_j^- = jC^-$, обоснованная в работах [1, 2, 7], позволяет получить точное решение дискретной системы нелинейных дифференциальных уравнений КМ, представляемое в простой аналитической форме. Предложенные результаты позволяют дать качественную картину процесса кластерообразования как релаксации к финальному пуассоновскому распределению по размерам. Доказанное свойство канонической инвариантности модели относительно распределения Пуассона с изменяющимся во времени средним размером дает надежные критерии ее применимости при сравнении с экспериментом. Полученное решение может быть использовано в качестве нулевого приближения в разрабатываемых в настоящее время методах исследования систем кинетических уравнений типа КМ с произвольными функциями $C_j^\pm$ [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Searcy J.Q., Fenn J.B. // J.Chem.Phys. - 1974. - V.61, N.7. - P. 5282-5288.
2. Searcy J.Q. // J.Chem.Phys. - 1975. - V.63, N 10. - P. 4114-4119.
3. Смирнов Б.М. Комплексные ионы. - М.: Наука, 1983. - 149 с.
4. Богданов А.В. и др. Равновесные решения квазихимической модели конденсации. Препринт № 1163. - Л.: ФТИ, 1987. - 40 с.
5. Куни Ф.М. Проблемы кинетики конденсации. Препринт № 83-79Р. - Киев: ИТФ. - 1983. - 26 с.
6. Lothe J., Pound G. // J.Chem.Phys. - 1962. - V.36, № 8. - P.2080-2085.
7. Кузнецов Н.М. Кинетика мономолекулярного распада. - М.: Наука, 1982. - 220 с.
8. Kebarle P. J.Am.Chem. Soc. - 1967. - v.89, № 1. - p.6393-6399.
9. Сухинин Г.И. Релаксационное представление уравнений кинетики. Препринт № 144. - Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1986. - 31 с.